

Pedro Lázaro De Santi Nacif

**Um estudo sobre a alocação de
criptoativos em portfólios de
investimentos**

Niterói – RJ, Brasil

04 de fevereiro de 2022

Um estudo sobre a alocação de criptoativos em portfólios de investimentos

Trabalho de conclusão de Curso

Monografia apresentada para obtenção do Bacharel em Estatística pela Universidade
Federal Fluminense

Orientador: Prof. Dr. Marco Aurélio dos Santos Sanfins

Co-orientadora: Daiane De Souza Oliveira

Niterói – RJ, Brasil

04 de fevereiro de 2022

Pedro Lázaro De Santi Nacif

Um estudo sobre a alocação de criptoativos em portfólios de investimentos

Monografia de Projeto Final de Graduação sob título “Um estudo sobre a alocação de criptoativos em portfólios de investimentos”, defendida por Pedro Lázaro De Santi Nacif em Fevereiro/2022, na cidade de Niterói, no Estado do Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Eduardo Ferioli Gomes
Departamento de Estatística – UFF

Prof. Dra. Patrícia Lusié Velozo da Costa
Departamento de Estatística – UFF

Prof. Dr. Marco Aurélio dos Santos Sanfins
Departamento de Estatística – UFF

Prof. Me. Daiane De Souza Oliveira
Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Niterói, 04 de fevereiro de 2022

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

N118e Nacif, Pedro Lázaro De Santi
Um estudo sobre a alocação de criptoativos em portfólios de investimentos / Pedro Lázaro De Santi Nacif ; Marco Aurélio dos Santos Sanfins, orientador ; Daiane De Souza Oliveira, coorientadora. Niterói, 2022.
38 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Estatística)-Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matemática e Estatística, Niterói, 2022.

1. Portfólio. 2. Criptoativos. 3. Diversificação de portfólio. 4. Blockchain. 5. Produção intelectual. I. Sanfins, Marco Aurélio dos Santos, orientador. II. Oliveira, Daiane De Souza, coorientadora. III. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Matemática e Estatística. IV. Título.

CDD -

Resumo

Após a publicação do artigo desenvolvido por Nakamoto (2008), *Bitcoin: Peer-to-Peer Electronic Cash System*, uma nova classe de ativos surgiu no espectro dos gestores e investidores ao redor do mundo. Tal classe de investimentos ganhou relevância à medida que grandes instituições e investidores renomados a adotaram, demonstrando que acreditavam na tese de criptoativos na composição de portfólio. Apesar de ser uma classe relativamente nova, apresenta grande potencial de retorno como investimento, ainda que acompanhada de risco, o que fica claro uma vez analisada a volatilidade dos retornos. Dado isso, o trabalho a seguir analisa o acréscimo de criptoativos, mais especificamente o Bitcoin, na composição de portfólios de investimentos, mostrando que é possível otimizar os retornos sem aumentar o risco da carteira. Para tais resultados, são utilizadas métricas para avaliar e validar a hipótese de que os criptoativos contribuem para a melhora do portfólio e sua diversificação. Dentre as diversas características dessa classe de ativos, a que se destaca é a baixa correlação com outras classes de investimentos, assim potencializando a relação de risco e retorno de um portfólio diversificado. Para validar estatisticamente uma melhora na performance do portfólio com criptoativos, foi utilizada a estatística J, que tem como finalidade testar a validade de uma mudança no índice de Sharpe de um portfólio de investimentos. A partir da simulação de 52 portfólios foi possível obter uma melhora satisfatória na performance, e estatisticamente significativa na inclusão do Bitcoin na carteira de investimentos.

Palavras-chave: Portfólio. Diversificação de portfólio. Criptoativos. Bitcoin. Blockchain

Dedicatória

Dedico esse trabalho de conclusão de curso aos meus pais, que sempre estiveram do meu lado, me dando força durante toda minha trajetória acadêmica e me incentivando a continuar mesmo nos momentos mais difíceis.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Antônio Carlos e Silvana, por todo o suporte e força, me ajudando a superar todas as dificuldades ao longo do curso. Agradeço à Ana Letícia, pelo apoio e compreensão incondicional nos anos de graduação. Agradeço ao meu Tio, Danilo Junior, por me apresentar o curso de estatística dentre tantos outros, e elucidar a importância das ferramentas estatísticas em um mundo repleto de dados. Utilizando de exemplos e associações aos assuntos de meu interesse, como finanças e tecnologia, foi possível ver um caminho desafiador que poderia me abrir diversas portas. Agradeço ao João Marco, pelos inúmeros ensinamentos em finanças. Agradeço ao Lucas Mattos, que desde o início do curso foi meu braço direito nos estudos e colega de jornadas intensas que começavam com aulas de manhã e estudos até o horário em que os porteiros solicitavam que ajudássemos a fechar os corredores do prédio da UFF, para encerrar o dia. Agradeço ao meu orientador, Marco Aurélio, pelos ensinamentos como professor e, principalmente, pelas oportunidades proporcionadas durante minha graduação, desde o projeto de extensão até os diversos projetos que me permitiram explorar minha área de interesse e me desenvolver. O presente trabalho de conclusão de curso é fruto de tais pesquisas, e é o começo do meu desenvolvimento profissional, a partir da transição agradável que o NEES - núcleo que Marco Aurélio coordena - proporcionou conectando o meio acadêmico e profissional. Agradeço também à Daiane dos Santos, por sua parceria e ensinamentos ao longo de diversas pesquisas realizadas no NEES. Por fim, mas não menos importante, agradeço à Daiane Oliveira por sua paciência e inúmeras revisões do presente trabalho, me ajudando a chegar no meu objetivo mesmo com as dificuldades que enfrentei ao longo do caminho.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1. Introdução	p.10
1.1. Objetivos	p.12
1.2. Organização	p.13
2. Referencial Teórico	p.14
2.1. Blockchain	p.14
2.2. Bitcoin e Criptoativos	p.15
2.3. Diversificação de portfólio	p.16
2.4. Métricas de performance	p.19
2.4.1. Retorno	p.20
2.4.2. Volatilidade	p.21
2.4.3. Covariância e Correlação	p.21
2.4.4. Máximo Drawdown	p.22
2.4.5. Sharpe	p.22
2.4.6. Value at risk (VaR)	p.23
2.4.7. Estatística J	p.23
3. Análise dos Resultados	p.24
3.1. Dados	p.24
3.2. Análise Descritiva	p.25
3.3. Portfólio Eficiente	p.27
3.4. Análise do Portfólio	p.31
4. Conclusões	p.34
Referências	p.36

Lista de Figuras

Figura 1: Gráfico Fronteira Eficiente, Fonte: Assaf Neto (2008)	p. 17
Figura 2: Gráfico dos Retornos dado os níveis de volatilidade	p. 31

Lista de Tabelas

Tabela 1: Descrição dos ativos	p. 24
Tabela 2: Estatísticas descritivas dos ativos	p. 25
Tabela 3: Correlação de Pearson entre os ativos.	p. 26
Tabela 4: Portfólios sem alocação em Bitcoin.	p. 28
Tabela 5: Portfólios com alocação em Bitcoin.	p. 29
Tabela 6: Análise e resultado dos portfólios.	p. 33

1. Introdução

Toda crise proporciona uma oportunidade de reflexão sobre suas causas e consequências. Isso porque as crises colocam em evidência pontos falhos de funcionamento do mercado, e permitem que ideias inovadoras ganhem espaço para solucionar eventuais ineficiências.

A crise financeira de 2008 não foi diferente. Como discorre Ivashina *et al.* (2010), uma crise sistemática deriva de riscos tomados por agentes no mercado sem que haja a devida fiscalização e regulamentação. Dentre os diversos os fatores que culminaram na bolha do mercado financeiro norte-americano – e no efeito dominó que se alastrou pelas economias dos demais países do globo – merece destaque o papel controverso do governo dos Estados Unidos em tal episódio. Afinal, a crise de 2008 foi deflagrada por uma regulamentação falha do mercado financeiro, e pela posterior tentativa de controle da recessão feita pelo intervencionismo estatal que protegeu os bancos americanos da falência.

Com a recessão após a crise de 2008, muitos indivíduos passaram a questionar o papel do Estado no controle monetário e o grau de confiança nas instituições. Afinal, grandes atores do mercado financeiro global, como o Lehman Brothers e o CIT Group colapsaram e ainda assim obtiveram auxílio governamental para se reestruturar.

Nesse contexto surge a proposta inovadora dos criptoativos, que foram revelados através do artigo *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System* (Nakamoto, 2008), objeto de estudo do presente trabalho. O artigo desenvolveu o conceito do Bitcoin e a tecnologia Blockchain, que viabilizou todo o subseqüente desenvolvimento dos criptoativos. O presente estudo pretende não só abordar a inovação tecnológica criada por Nakamoto, mas também o ativo financeiro e seu potencial em um portfólio de investimentos. Dada a relevância e a abrangência do tema, o foco do trabalho será introduzir e apresentar os principais contornos dos criptoativos.

Desse modo, o presente estudo se propõe a analisar uma nova classe de investimentos que surge com alta volatilidade, mas ao mesmo tempo com grande potencial futuro. Será proposta uma análise completa do Bitcoin, o criptoativo precursor e o que até o momento representou bem os seus pares, dada sua alta correlação. Vale ressaltar que essa alta correlação foi observada até o momento da escrita do presente

estudo e que mudanças podem vir a ocorrer no mercado. Serão abordadas também métricas de risco e performance. Além de uma análise completa sobre diferentes composições de portfólio, serão usados os principais índices de mercado para criação de carteira de investimentos e simulações.

Bakry (2021) estuda as diferentes formas de composições de portfólio e seu efeito ao buscar otimizar o índice Sharpe das carteiras compostas com Bitcoin. Em seu trabalho, o autor ressalta o potencial de diversificação que o Bitcoin traz para a carteira, mas destaca que é importante limitar a exposição ao ativo para aqueles investidores que sejam avessos a risco. Batista *et al.* (2021), a seu turno, busca analisar o efeito do Bitcoin na fronteira eficiente para os investidores de varejo no Brasil e, para atingir tal fim, utiliza diferentes composições de portfólio, associadas a diferentes estratégias. Como resultados, Batista *et al.* (2021) obteve uma melhora na fronteira eficiente e, por consequência, uma melhora na relação risco-retorno das carteiras com Bitcoin. Na mesma linha de pesquisa, Briere *et al.* (2015) discorre sobre a correlação expressivamente baixa do Bitcoin com as demais classes de investimento e sua contribuição para a diversificação da carteira, que leva a uma otimização da relação risco-retorno.

Sabe-se que o mundo está em constante mudança e o ser humano é altamente impactado por isso. A diferença entre se adaptar e ignorar novas tecnologias pode determinar o destino de uma carreira profissional. A *Blockchain* é uma dessas tecnologias que vem para causar impacto, segundo Kakavand *et al.* (2017), a tecnologia vai revolucionar toda a indústria, criando uma nova relação entre o mundo digital e o físico, e mudando radicalmente a forma como esses dois universos interagem. Diversos setores já estão adotando o *Blockchain* e o impacto tem sido enorme, como afirma Morkunas *et al.* (2019). Esta é a base para uma nova revolução tecnológica, e assim como ocorreu nas anteriores, aqueles que investem no desenvolvimento de novas tecnologias podem desfrutar posteriormente dos frutos do seu impacto no mundo.

Como leciona Assaf Neto (2008), a diversificação é a chave para um portfólio de investimentos mais robusto. Nesse sentido, o presente trabalho se propõe a utilizar as diferentes medidas estatísticas e métricas financeiras para validar o efeito positivo da adição de criptoativos ao portfólio de investimentos. Para isso, será utilizado o Bitcoin (BTC) como representante da classe dos criptoativos. Além de ser o primeiro e mais popular criptoativo, os demais apresentam forte correlação positiva com o BTC, o que o torna uma boa aproximação para a classe. Para complementar o estudo e representar

outras classes de investimentos disponíveis no mercado, serão utilizados os índices: CDI, Dólar (PTAX), IDA, IMA-B, IBOVESPA, S&P500, Ouro (OZ1D).

Em Batista *et al.* (2021), são apresentados os conceitos e a relação do Bitcoin em um portfólio de investimentos, é analisado estatisticamente a melhora na performance ao investir em Bitcoin. Através da Estatística J, desenvolvida e apresentada por Gibbons *et al.* (1989), é possível comparar diferentes portfólios e testar se a melhora apresentada é realmente relevante. Aplicando a Estatística J ao índice de Sharpe dos 52 portfólios simulados, sendo 26 com Bitcoin e 26 sem Bitcoin, obtivemos o resultado que afirma a mudança significativa no desempenho das carteiras com o criptoativo.

1.1. Objetivos

Nas seguintes subseções serão apresentados os objetivos do presente trabalho. Com o propósito de preparar o leitor e alinhar as expectativas ao conteúdo que será tratado ao longo do estudo ora desenvolvido.

1.1.1. Objetivo Geral

Apresentar o conceito de *Blockchain* e criptoativos, e sua abordagem em um portfólio de investimentos. Através de métricas e estatísticas de performance histórica, expor sua contribuição na otimização de risco e retorno de uma carteira composta com outras classes de ativos de investimentos.

1.1.2. Objetivos específico

- Introduzir conceitos fundamentais sobre *Blockchain* e sobre criptoativos;
- Avaliar o impacto no índice de Sharpe do portfólio ao adicionar criptoativos como classe de investimentos;
- Analisar o efeito dos criptoativos, representados pelo Bitcoin, em um portfólio de investimentos, e validar estatisticamente a mudança em relação ao risco-retorno da carteira de investimentos.

1.2. Organização

O presente trabalho é composto por 4 capítulos, sendo eles: Introdução, Referencial Teórico, Análise dos Resultados e Considerações Finais. O Capítulo 1 consiste em uma introdução onde foi tratado o contexto e a motivação para a realização deste estudo. O Capítulo 2 aborda os conceitos necessários para compreender o tema em questão e as ferramentas que são usadas na análise e validação das hipóteses levantadas. No Capítulo 3 são apresentados e analisados, de forma descritiva, os dados utilizados no trabalho. Em seguida, são constituídos portfólios com diferentes porcentagens de criptoativos, para analisar tanto a hipótese do efeito positivo dos criptoativos na carteira de investimentos, quanto o efeito das diferentes alocações na performance histórica do portfólio. Por fim, no Capítulo 4, são feitas as considerações finais a cerca dos resultados obtidos.

2. Referencial Teórico

Nesse tópico serão introduzidos conceitos básicos e fundamentais para a construção do assunto abordado ao longo do presente trabalho. Composto por uma breve explanação sobre os criptoativos, e uma apresentação dos conceitos financeiros que serão explorados ao longo das próximas seções.

2.1. Blockchain

A *Blockchain* pode ser descrita como uma tecnologia digital inovadora que combina 4 elementos distintos, a saber: a criptografia, o gerenciamento de dados, a rede e mecanismos de incentivo para apoiar a verificação, execução e registro de transações entre as partes. Na concepção de Nofer (2017), a *Blockchain* é um livro razão ou livro contábil, onde são “anotados” registros. Isto é, são blocos com registros de informações, que do inglês originou o nome Blockchain, que seriam, em tradução literal, blocos encadeados ou blocos em corrente.

No momento em que duas partes (dois agentes, por exemplo) propõem uma transação, esta pode ser registrada no livro. Os nós de processamento dentro do sistema *Blockchain* avaliam algumas dessas transações, verificam sua integridade e legitimidade e as registram em novos blocos no livro contábil. O conteúdo do livro razão é então replicado em muitos processos e são distribuídos geograficamente entre os computadores (terminais) conectados à rede. Estas operações, ou registros, não podem ser modificados, tornando a imutabilidade e a incorruptibilidade os diferenciais desta tecnologia. Neste caso, todos os registros feitos serão salvos em sequência e não poderão ser alterados.

A tecnologia *Blockchain* foi originalmente aplicada para a moeda digital Bitcoin. Em meados de 2008, no supramencionado estudo realizado por Satoshi Nakamoto (2008) o Bitcoin foi apresentado ao mercado e, como base para essa criptomoeda, foi criado o conceito de Blockchain, em sua primeira versão.

Davidson *et al.* (2016) aborda a inovação econômica que a *Blockchain* criou ao possibilitar novas formas de organização econômica e de governança. Essa possibilidade

foi criada através da segurança e confiança que a rede oferece aos seus usuários, fornecendo enorme liberdade para o desenvolvimento orgânico e descentralizado de organizações.

Ao discorrer sobre a tecnologia *Blockchain* e seus aspectos técnicos, Yaga (2019) esclarece que, apesar de não ser uma solução para todos os problemas, a ferramenta resolve algumas questões importantes, como a transparência das transações. Além disso, a *Blockchain* se apresenta como uma solução simples e segura que pode ser aplicada em diversas indústrias. Suas características fundamentais vão de encontro com as necessidades de diversos setores do mercado, como segurança e confiança nos dados.

2.2. Bitcoin e Criptoativos

O Bitcoin é o criptoativo primogênito e foi o veículo pelo qual a tecnologia do *Blockchain* foi exposta ao público. No entendimento de Ulrich (2017), o Bitcoin é a primeira moeda global, isto é, não possui um governo central proprietário e pode ser transacionada de qualquer lugar do mundo, também chamada de descentralizada. Nakamoto (2008) propôs o Bitcoin como uma moeda digital para ser utilizada em transações diretamente entre pessoas, ou, como o autor coloca *peer-to-peer*. Essa característica retira a necessidade de intermediação de bancos ou qualquer tipo de sistema de confiança ou garantia, uma vez que a validação das transações está atrelada à tecnologia. A disrupção criada com o Bitcoin está relacionada à mudança de paradigma de um sistema complexo e com diversas camadas de participantes para um sistema muito mais simples e que envolve apenas as duas pontas da transação graças à inovação da *Blockchain*.

Burniske e Tatar (2018) abordam de maneira clara e extensiva os contornos dos criptoativos. Após o Bitcoin, a tecnologia do *Blockchain* começou a ser explorada e assim revelar seu enorme potencial. Diversas redes semelhantes ao Bitcoin, mas com propósitos e complexidades distintas começaram a ser criadas. A Ethereum foi o projeto que ganhou mais relevância e é a atual segunda maior *Blockchain* em valor de mercado. Buterin (2013) descreveu a rede Ethereum e seu papel como precursora do próximo passo no desenvolvimento de infraestrutura da *Blockchain*: os contratos inteligentes. Esses

contratos são linhas de códigos no formato "SE - ENTÃO", e são autoexecutáveis no momento que são adicionados à rede, à medida que o descrito no código é cumprido.

Os contratos inteligentes ou, no inglês, *smart contracts*, foram o primeiro passo para utilização da *Blockchain* como além de uma infraestrutura exclusiva para trocas e movimentações financeiras. Antonopoulos (2018) apresenta o progresso criado pela rede Ethereum e todos os seus derivados. DApps¹ (sigla do inglês para aplicativos descentralizados) e NFT² (sigla do inglês para tokens não fungíveis), tecnologias muito em voga na atualidade, nada mais são do que consequências dos contratos inteligentes.

2.3. Diversificação de portfólio

Uma carteira ou portfólio é o conjunto dos diferentes ativos ou classes de ativos de determinado investidor, seja ele um investidor institucional ou investidor individual. A constituição de um portfólio vai além de bons ativos: é importante entender o momento econômico em que o investidor se encontra e qual o nível de risco que o mesmo está disposto a suportar. Para que o investidor alcance o retorno desejado sem abrir mão de um risco controlado, é importante o conhecimento sobre teoria de portfólio e diversificação.

Assaf Neto (2008) destaca que existem dois tipos principais de risco para uma carteira de investimentos. O primeiro é o risco sistemático, no qual todos os ativos da carteira são atingidos, em geral são causados por situações de estresse econômico. O segundo é o risco do ativo, que deriva de um problema pontual e não necessariamente afeta seus pares. Esse segundo risco é conhecido também como risco de diversificação e pode ser mitigado quando um portfólio está diversificado com diferentes ativos. Assaf Neto (2008) ressalta em seu trabalho que por meio da diversificação é possível adicionar ativos com risco ao portfólio e diminuir o risco geral da carteira, usando o artifício da decorrelação, que será abordado ao longo deste trabalho.

Como descrito por Markowitz (1952), a teoria de portfólio busca otimizar os investimentos levando em conta as incertezas do mercado e da economia. Em um portfólio de investimentos os pesos dos ativos podem ser escolhidos de forma arbitrária, ou seja, por exemplo, pesos iguais. Outra forma de escolher pode ser levando em conta

¹ *Decentralized applications.*

² *Non-fungible token.*

as características de cada investimento, que é o que a teoria proposta por Markowitz busca, ao determinar os melhores pesos dado os riscos e os retornos históricos dos ativos. A teoria de Markowitz, também conhecida como ‘Teoria moderna do portfólio’, permite planejar a melhor carteira dado o risco-retorno dos ativos que a compõem, utilizando cálculos estatísticos.

Para Markowitz (1952), a melhor forma de alcançar o retorno desejado pelo investidor é buscar ativos que possuam o mesmo retorno mas com variâncias menores, isto é, buscar otimizar o retorno pelo menor risco. Na composição de um portfólio o uso da diversificação é fundamental para diminuir a variância do conjunto dos ativos.

O conjunto das infinitas combinações de carteiras formam o gráfico abaixo. É possível observar uma fronteira (W), denominada fronteira eficiente, na qual se obtém os portfólios com menor risco para diferentes níveis de retorno. Os diversos pontos no gráfico de retorno esperado e desvio padrão são formados por portfólios, no caso de A e de M, temos portfólios eficientes dada a Teoria de Markowitz, Já os portfólios 1 a 7 são outros possíveis portfólios mas que não são eficientes, isto é, pelo mesmo nível de volatilidade é possível obter mais retorno.

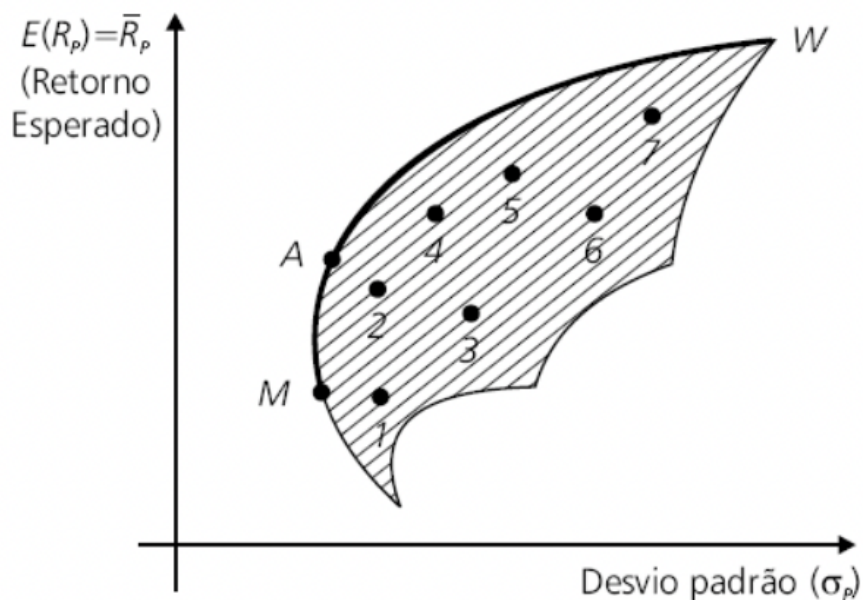


Figura 1: Gráfico Fronteira Eficiente.

Fonte: Assaf Neto (2008).

Para os cálculos da Fronteira Eficiente é fundamental que seja desenvolvido o retorno e a variância de um portfólio. Primeiramente, dado p o portfólio de investimentos, n o número de ativos, i o i -ésimo ativo, j o j -ésimo ativo, W o peso do ativo no portfólio e R o retorno. Temos que o retorno de um portfólio é dado por,

$$\begin{aligned} R_p &= W_1 R_1 + W_2 R_2 + \dots + W_n R_n \\ &= \sum_{i=1}^n W_i R_i \end{aligned}$$

Em sequência, denotamos a variância dos retornos dos ativos i por σ_i^2 , a variância do portfólio por σ_p^2 , e $\sigma_{i,j}$ a covariância entre o ativo i e o ativo j .

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E[(R - \bar{R})^2] \\ &= E \left[\left(\sum_{i=1}^n W_i R_i - \sum_{j=1}^n W_j \bar{R}_j \right)^2 \right] \\ &= E \left[\left(\sum_{i=1}^n W_i (R - \bar{R}_i) \right) \left(\sum_{j=1}^n W_j (R - \bar{R}_j) \right) \right] \\ &= E \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j (R - \bar{R}_i) (R - \bar{R}_j) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{i,j} \end{aligned}$$

Dados os desenvolvimentos anteriores, são premissas importantes para o cálculo da Fronteira Eficiente de Markowitz:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{i,j} \quad (1)$$

$$R_p = \sum_{i=1}^n W_i R_i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (3)$$

Com os parâmetros definidos, sendo Equação (1) a volatilidade do portfólio, Equação (2) o retorno do portfólio e Equação (3) a soma dos pesos dos ativos no portfólio, esta última deve somar 1 ou 100% em uma carteira totalmente alocada sem nenhum tipo de alavancagem³. É necessário fixar um valor em Equação (1) ou Equação (2) para otimizar o outro valor, dado que há uma paridade entre risco e retorno, ao fixar a variância buscamos maximizar o retorno, e ao fixar o retorno buscamos minimizar a variância do portfólio. Em sua clássica explicação, Markowitz fixa um nível de retorno desejado e busca otimizar os pesos dos ativos do portfólio para minimizar a volatilidade do portfólio, isto é, cria o portfólio com menor desvio-padrão dado o retorno desejado⁴. Ao repetir essa simulação com diferentes níveis de retorno desejado, os resultados formaram a fronteira eficiente de Markowitz, que é uma curva no gráfico de risco x retorno que mostra as carteiras com menor volatilidade dado seus respectivos níveis de risco.

2.4. Métricas de performance

Após a construção de um portfólio é necessária a avaliação do mesmo. Serão utilizadas diferentes métricas de performance e podemos ter resultados que irão sustentar ou refutar a metodologia adotada para tal portfólio.

³ Uso dos recursos de terceiros, por aluguel ou dívida, para potencializar os ganhos em um investimento.

⁴ Markowitz (1952)

2.4.1 Retorno

O retorno de um ativo é a diferença entre o seu preço ou cota no tempo t , denotado por P_t , em relação ao preço ou cota no tempo $t + 1$, denotado por P_{t+1} . Assaf Neto (2008) explica que o retorno representa a valorização ou desvalorização no período de tempo analisado. Para calcular o retorno, também conhecido como retorno linear, temos, P o preço do ativo e P_t o preço do ativo no t -ésimo tempo, então,

$$\text{Retorno linear} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (4)$$

Outra forma de calcularmos o retorno é usando o retorno logarítmico. Um dos benefícios de usar esse retorno pode ser verificado ao avaliar períodos, isto é, para o retorno logarítmico basta somar os retornos individuais do período desejado e o resultado será o retorno do período. Para calcular o retorno logarítmico temos,

$$\text{Retorno logarítmico} = LN\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) \quad (5)$$

Sendo P o preço do ativo e P_t o preço do ativo no t -ésimo tempo.

Para a conversão de um retorno para o outro é possível utilizar as seguintes equações:

$$\text{Retorno linear} = e^{\text{retorno logarítmico}} - 1 \quad (6)$$

$$\text{Retorno logarítmico} = \ln(1 + \text{retorno linear}) \quad (7)$$

2.4.2 Volatilidade

A volatilidade de uma série temporal de retornos contínuos é o desvio padrão da mesma, como explica Assaf Neto (2008). A volatilidade em finanças está geralmente associada ao risco de um ativo, isto é, quanto os retornos do ativo podem variar. Para calcular a volatilidade temos, n o número de observações, R os retornos dos ativos e \bar{R} a média dos retornos dos ativos, então,

$$Volatilidade = DP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n - 1}} \quad (8)$$

Caso estejam sob análise volatilidades diárias e pretenda-se analisar a volatilidade anualizada, basta multiplicar por $\sqrt{252}$ e o resultado será a volatilidade ao ano do ativo objeto. Essa é uma aproximação comumente utilizada no mercado financeiro brasileiro, que é gerada a partir das premissas de que os retornos diários são log retornos, aleatórios, independentes e identicamente distribuídos. Assim, dada a propriedade da variância é possível chegar na aproximação que anualiza os dados da volatilidade.

2.4.3. Covariância e Correlação

Segundo Bussab *et al.* (2010), a covariância é uma medida estatística de interdependência linear entre duas variáveis. Em finanças podemos usar essa medida para reconhecer a relação entre ativos. Sejam os ativos X e Y , caso esses ativos possuam covariância positiva então X e Y possuem comportamentos semelhantes. Caso a covariância de X e Y seja negativa, então seus comportamentos costumam ser opostos. Por último, caso X e Y tenham uma covariância próxima a zero, isso indica que não há uma relação linear entre os dois ativos. Seguindo com os ativos X e Y , podemos calcular a covariância, dado n o número de observações, X_i o i -ésimo retorno de X e Y_i o i -ésimo retorno de Y . Temos,

$$Cov(X, Y) = \sigma_{XY} = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (9)$$

A correlação de Pearson a transformação da covariância em um valor limitado de -1 a 1, possibilitando avaliar quão forte é a relação entre os ativos. Dado os ativos X e Y, σ_X e σ_Y os respectivos desvios padrão de X e Y, e σ_{XY} a covariância de X e Y, podemos calcular a correlação como,

$$\text{Correlação}(X, Y) = \rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (10)$$

2.4.4. Máximo Drawdown

O Máximo Drawdown (MDD) é a maior queda (perda) histórica da série de preços em análise. Como propõem Zabrankin *et al.* (2014), é possível calcular através de variação entre o maior valor do ativo e o menor valor posteriormente observado. Dado, $Max(P_i)$ o maior preço observado e $Min(P_j)$ o menor preço de P observado após o $Max(P_i)$, para calcular o Máximo Drawdown temos:

$$\text{Máximo Drawdown} = \frac{Max(P_i) - Min(P_j)}{Max(P_i)}, \text{ dado } i > j \quad (11)$$

2.4.5. Índice de Sharpe

O índice de Sharpe foi introduzido ao mercado por Sharpe (1966) para ser uma métrica de desempenho de portfólio que leva em conta risco e retorno, viabilizando, dessa forma, a comparação de portfólios com diferentes mandatos de investimento. Sendo, o *Retorno livre de risco* o retorno atrelado a um título público pós-fixado, para calcular o índice de Sharpe temos:

$$\text{Sharpe} = \frac{\text{Retorno do portfólio} - \text{Retorno livre de risco}}{\text{Volatilidade do portfólio}} \quad (12)$$

O retorno livre de risco é o retorno do ativo mais seguro e líquido possível do mercado, em geral são usados títulos públicos Federais pós-fixados.

2.4.6. *Value at Risk*

A métrica *Value at Risk* (VaR) busca analisar a perda máxima possível de um portfólio de investimentos dado um nível de confiança em um determinado horizonte de tempo. Em outras palavras, o VaR determina quanto é possível perder em um período, dado o nível de confiança adotado, que é o quanto a análise será rigorosa. Jorion (1996) trata sobre o uso da medida estatística *Value at Risk* por gestores para o controle de risco e planejamento estratégico do portfólio. Para calcular o VaR paramétrico, é adotado como pressuposto que a série dos retornos que segue uma distribuição normal padrão, e $Z_{1-\alpha}$ é a constante baseada no nível de confiança da análise, σ a volatilidade do ativo e t o período em análise. Temos então,

$$VaR = Z_{1-\alpha} \sigma \sqrt{t} \quad (13)$$

2.3.7. Estatística J

Gibbons *et al.* (1989) foram os proponentes de um método para validação de uma melhora em um portfólio de investimentos. A Equação (14) abaixo busca validar estatisticamente uma melhora na performance de um portfólio. Baseada na distribuição F, a equação testa a hipótese de melhora do índice de Sharpe do portfólio com Bitcoin e sem Bitcoin. Sejam as hipóteses do teste:

$$H_0: IS_c = IS_s$$

$$H_1: IS_c > IS_s$$

$$J = \left(\frac{n - i - 1}{i} \right) \left(\frac{IS_c^2 - IS_s^2}{1 + IS_s^2} \right) \sim F(i, n - i - 1) \quad (14)$$

Sendo, IS_c o índice de Sharpe do portfólio com Bitcoin, IS_s o índice de Sharpe do portfólio sem Bitcoin, n o número de observações da amostra e i o número de ativos no portfólio.

3. Análise dos Resultados

A seção 3.1 contém uma breve apresentação dos dados, e seu tratamento. A seção 3.2 apresenta uma análise descritiva dos ativos, e por fim, complementando as duas seções anteriores, a seção 3.3 apresenta simulações de portfólios eficientes e seus resultados obtidos.

3.1. Dados

Para a realização da análise foram coletados dados das cotações diárias do criptoativo Bitcoin e de importantes índices de mercado. O período de análise foi de janeiro de 2015 a junho de 2021, totalizando 1629 observações para cada ativo. A seleção dos índices foi feita com o intuito de representar as diferentes classes de ativos disponíveis para o investidor. A seguir, temos a Tabela 1 apresenta cada ativo e suas respectivas descrições.

Tabela 1: Descrição dos ativos.

Ativo	Câmbio de origem	Descrição
Bitcoin (BTC)	USD	Criptoativo
CDI	BRL	Renda fixa pós fixada
IMA-B	BRL	Títulos públicos indexados à inflação medida pelo IPCA
IHFA	BRL	Índice de Hedge Funds Anbima (Multimercado)
IBOVESPA	BRL	Principal índice da bolsa brasileira
S&P 500	USD	Principal índice da bolsa americana
Ouro (OZ1D)	USD	Ouro

Os dados foram obtidos por meio de diferentes fontes, são elas:

- i. Bitcoin (BTC): CoinDesk
- ii. CDI: Quandl
- iii. IMA-B: Anbima

- iv. IHFA: Anbima
- v. IBOVESPA: Yahoo finance
- vi. S&P 500: Yahoo finance
- vii. Ouro (OZ1D): Advfn

Dado que o criptoativo Bitcoin tem cotações todos os dias da semana, diferentemente dos outros ativos tradicionais, foi estabelecido que o calendário de cinco dias úteis na semana seria o padrão para a análise, tomando como base o calendário da B3 – Brasil, Bolsa, Balcão S.A., mediante a exclusão dos dados referentes aos finais de semana e feriados. Após a obtenção dos dados, os dados faltantes foram preenchidas com os valores dos dias imediatamente anteriores.

Para a modelagem dos dados o *Software R*, Excel e o editor *R-Studio* foram utilizados.

3.2. Análise Descritiva

Para dar início a análise do trabalho serão observadas algumas estatísticas descritivas da base de dados.

Tabela 2: Estatísticas descritivas dos ativos.

Medidas	BTC BRL	CDI	IMA-B	IHFA	IBOV	S&P BRL	Ouro
Mínimo	-19,20%	0,00%	-7,52%	-3,88%	-14,78%	-8,75%	-6,46%
1º Quartil	-1,54%	0,02%	-0,13%	-0,07%	-0,72%	-0,59%	-0,73%
Mediana	0,30%	0,02%	0,05%	0,05%	0,05%	0,00%	0,00%
Média	0,44%	0,03%	0,05%	0,04%	0,08%	0,10%	0,07%
3º Quartil	2,33%	0,05%	0,27%	0,20%	0,93%	0,78%	0,81%
Máximo	21,41%	0,05%	5,40%	2,75%	13,91%	10,45%	7,80%
Desvio padrão (diário)	4,26%	0,02%	0,52%	0,31%	1,66%	1,31%	1,39%
Desvio padrão (anualizado)	67,60%	0,26%	8,31%	4,87%	26,43%	20,78%	22,13%
Retorno (anualizado)	139,12%	8,05%	12,83%	10,99%	16,63%	24,99%	15,78%

Vale destacar que, dentre os demais ativos, o Bitcoin (BTC) chama a atenção por seu alto desvio padrão. Essa variabilidade pode ser observada nas medidas de dispersão de mínimo e máximo, que alcançam valores extremos se comparados aos resultados dos demais ativos. O ativo CDI apresenta como valor mínimo de retorno 0%, isto é, não apresenta retornos negativos em sua série histórica, o que faz sentido dado que para o mercado financeiro brasileiro em geral e para o presente trabalho o CDI é adotado como taxa livre de risco. Essa é a referência de um investimento que não apresenta risco, e é muito importante para comparação de investimentos porque para que o investidor corra qualquer tipo de risco, o investimento tem que oferecer um retorno no mínimo acima da taxa livre de risco.

A Tabela 3 trata da correlação entre os ativos, como abordado na Seção 2.4.3, que é uma medida que mostra a relação entre dois ativos, seja ela positiva, neutra ou negativa, e sua intensidade. Deve ser atribuído o devido destaque à correlação do Bitcoin (BTC) que é nosso principal ativo de estudo e tem na correlação um dos seus principais diferenciais como investimento. Dada sua baixa – ou até mesmo nula – correlação, o BTC se torna um ativo interessante para composição dos portfólios ao se movimentar de forma própria e apresentar retornos que não seguem os dos seus pares.

Tabela 3: Correlação de Pearson entre os ativos.

	BTC BRL	CDI	IMA-B	IHFA	IBOV	S&P BRL	Ouro
BTC BRL	100,00%	-	-	-	-	-	-
CDI	0,19%	100,00%	-	-	-	-	-
IMA-B	-3,43%	2,47%	100,00%	-	-	-	-
IHFA	3,89%	4,28%	64,87%	100,00%	-	-	-
IBOV	-0,01%	-0,42%	57,08%	67,53%	100,00%	-	-
S&P BRL	10,89%	-2,25%	-12,35%	20,32%	18,05%	100,00%	-
Ouro	12,43%	-1,31%	-27,03%	-18,83%	-29,82%	26,40%	100,00%

Na Tabela 3 é possível observar que o Ouro é o ativo que possui a maior correlação com o Bitcoin, mas que tal correlação é de apenas de 12,43%, considerada uma baixa correlação positiva. Os demais ativos apresentam correlações ainda mais próximas de 0, o que mostra a característica de ativo descorrelacionado que o Bitcoin possui.

A tese mais difundida no mercado financeiro que explica essa maior correlação do ouro com o Bitcoin, se comparado aos demais ativos, é a de reserva de valor. O ouro já está consagrado como uma reserva de valor e é um investimento que tem alta demanda em momentos de crise financeira e que tende a preservar seu valor frente a inflação. A seu turno, o Bitcoin vem ganhando espaço como uma nova reserva de valor. Assim como o ouro, uma de suas características intrínseca é a escassez, digital no caso do Bitcoin e física no caso do ouro. A escassez do Bitcoin decorre de seu código fonte que é viabilizado pelo uso da tecnologia *Blockchain* e tem uma restrição de 21 milhões de unidades. Tal restrição replica a característica física do ouro que é limitado e não é quimicamente reproduzível.

3.3. Portfólio Eficiente

A construção de um portfólio de investimentos deve contar com a seleção dos ativos e a composição dos seus respectivos pesos para compor a carteira de investimentos. Como abordado na Seção 2.3, a partir Markowitz (1952) foram aprofundados estudos sobre risco-retorno de um portfólio. Em busca de avaliar a contribuição dos Criptoativos foram criados 52 portfólios, 26 com o Bitcoin e 26 sem o Bitcoin como ativo investível.

No presente trabalho, foram utilizadas as mesmas premissas citadas na Seção 2.3, mas buscando maximizar o retorno dado um nível de volatilidade. A inversão no objetivo da otimização é fundamental para a construção da tese de que a adição de criptoativos em um portfólio de investimentos melhora a performance do mesmo. Uma vez fixado um nível de volatilidade (risco) é possível simular dois portfólios, com e sem Bitcoin como ativo investível. Ao compararmos os resultados das duas simulações conseguimos observar se, dado um mesmo nível de volatilidade, o portfólio que poderia investir em Bitcoin teve um retorno maior do que o portfólio com o Bitcoin fora do seu mandato de investimentos.

Uma vez que é possível calcularmos os portfólios de melhor risco-retorno, podemos gerar diferentes carteiras como se verifica nas tabelas abaixo. As tabelas ressaltam a performance de cada portfólio e seus respectivos pesos por ativo, sendo a Tabela 4 para portfólios que não alocam em Bitcoin, e a Tabela 5 para portfólios que podem alocar parte dos recursos em Bitcoin. Uma vez gerados, é possível observar que portfólios com o mesmo nível de volatilidade conseguem melhorar seu retorno ao alocar uma pequena parcela dos recursos no criptoativo. Em outras palavras, dado os resultados

dos portfólios eficientes é possível notar que há uma melhora na relação de risco-retorno ao adicionar Bitcoin a carteira de investimentos. As tabelas 4 e 5 abaixo apresentam os retornos lineares anualizados e as volatilidades anualizadas.

Tabela 4: Portfólios sem alocação em Bitcoin.

Volatilidade	Retorno	Composição dos Portfólios						
		BTC BRL	CDI	IMA-B	IHFA	IBOV	S&P BRL	Ouro
1,0%	9,0%	-	86,9%	8,1%	0,0%	0,0%	3,3%	1,7%
2,0%	10,0%	-	73,3%	16,4%	0,0%	0,0%	6,8%	3,5%
3,0%	11,1%	-	59,7%	24,9%	0,0%	0,0%	10,2%	5,1%
4,0%	12,2%	-	46,3%	33,3%	0,0%	0,0%	13,6%	6,9%
5,0%	13,3%	-	32,8%	41,7%	0,0%	0,0%	17,0%	8,6%
6,0%	14,5%	-	19,4%	50,0%	0,0%	0,0%	20,4%	10,3%
7,0%	15,6%	-	6,0%	58,3%	0,0%	0,0%	23,8%	12,0%
8,0%	16,6%	-	0,0%	57,1%	0,0%	0,7%	29,6%	12,6%
9,0%	17,5%	-	0,0%	48,3%	0,0%	3,6%	34,9%	13,2%
10,0%	18,2%	-	0,0%	40,5%	0,0%	6,2%	39,6%	13,7%
11,0%	18,9%	-	0,0%	33,2%	0,0%	8,6%	44,0%	14,2%
12,0%	19,6%	-	0,0%	26,2%	0,0%	10,9%	48,2%	14,7%
13,0%	20,3%	-	0,0%	19,4%	0,0%	13,1%	52,3%	15,1%
14,0%	20,9%	-	0,0%	12,8%	0,0%	15,3%	56,3%	15,6%
15,0%	21,6%	-	0,0%	6,4%	0,0%	17,5%	60,2%	16,0%
16,0%	22,2%	-	0,0%	0,0%	0,0%	19,5%	64,0%	16,5%
17,0%	22,7%	-	0,0%	0,0%	0,0%	16,6%	72,6%	10,8%
18,0%	23,3%	-	0,0%	0,0%	0,0%	14,0%	80,3%	5,8%
19,0%	23,7%	-	0,0%	0,0%	0,0%	11,5%	87,4%	1,1%
20,0%	24,2%	-	0,0%	0,0%	0,0%	5,1%	94,9%	0,0%
21,0%	24,5%	-	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%
22,0%	20,1%	-	0,0%	0,0%	0,0%	78,5%	21,5%	0,0%
23,0%	19,8%	-	0,0%	0,0%	0,0%	83,8%	16,2%	0,0%
24,0%	19,5%	-	0,0%	0,0%	0,0%	88,8%	11,2%	0,0%
25,0%	19,3%	-	0,0%	0,0%	0,0%	93,6%	6,4%	0,0%
26,0%	19,0%	-	0,0%	0,0%	0,0%	98,1%	1,9%	0,0%

Tabela 5: Portfólios com alocação em Bitcoin.

Volatilidade	Retorno	Composição dos Portfólios						
		BTC BRL	CDI	IMA-B	IHFA	IBOV	S&P BRL	Ouro
1,0%	9,5%	1,1%	91,4%	5,0%	0,0%	0,0%	1,8%	0,7%
2,0%	11,3%	2,5%	83,9%	8,1%	1,3%	0,0%	3,1%	1,0%
3,0%	13,1%	3,5%	73,7%	15,3%	0,0%	0,0%	5,4%	2,1%
4,0%	15,0%	4,7%	64,9%	20,5%	0,0%	0,0%	7,2%	2,8%
5,0%	16,8%	5,9%	56,1%	25,6%	0,0%	0,0%	9,0%	3,5%
6,0%	18,6%	7,0%	47,3%	30,7%	0,0%	0,0%	10,7%	4,2%
7,0%	20,4%	8,2%	39,0%	35,8%	0,0%	0,0%	12,5%	4,9%
8,0%	22,2%	9,4%	29,6%	41,1%	0,0%	0,0%	14,3%	5,5%
9,0%	24,0%	10,6%	21,0%	46,1%	0,0%	0,0%	16,1%	6,2%
10,0%	25,8%	11,7%	12,2%	51,2%	0,0%	0,0%	17,9%	6,9%
11,0%	27,6%	12,9%	3,4%	56,4%	0,0%	0,0%	19,7%	7,6%
12,0%	29,4%	14,4%	0,0%	56,9%	0,0%	0,0%	21,3%	7,4%
13,0%	31,1%	16,0%	0,0%	54,7%	0,0%	0,0%	22,6%	6,6%
14,0%	32,8%	17,7%	0,0%	52,6%	0,0%	0,0%	23,9%	5,8%
15,0%	34,5%	19,2%	0,0%	50,5%	0,0%	0,0%	25,2%	5,1%
16,0%	36,1%	20,8%	0,0%	48,4%	0,0%	0,0%	26,5%	4,4%
17,0%	37,7%	22,3%	0,0%	46,4%	0,0%	0,0%	27,7%	3,6%
18,0%	39,3%	23,8%	0,0%	44,0%	0,0%	0,0%	28,6%	3,6%
19,0%	40,8%	25,3%	0,0%	42,3%	0,0%	0,0%	30,2%	2,2%
20,0%	42,4%	26,8%	0,0%	40,3%	0,0%	0,0%	31,4%	1,5%
21,0%	44,0%	28,3%	0,0%	38,3%	0,0%	0,0%	32,6%	0,8%
22,0%	45,5%	29,7%	0,0%	36,4%	0,0%	0,1%	33,8%	0,0%
23,0%	47,0%	31,2%	0,0%	34,1%	0,0%	0,1%	34,7%	0,0%
24,0%	48,6%	32,6%	0,0%	31,6%	0,0%	0,1%	35,7%	0,0%
25,0%	50,1%	34,1%	0,0%	29,2%	0,0%	0,1%	36,6%	0,0%
26,0%	51,6%	35,6%	0,0%	26,9%	0,0%	0,1%	37,4%	0,0%

Como é possível observar, há uma melhora expressiva nos resultados dos retornos se compararmos a Tabela 5 com a Tabela 4. A metodologia para construção das Tabelas 4 e 5 foi baseada na premissa do valor fixo de volatilidade. O número de portfólios simulados foi determinado para ir da menor volatilidade viável, no caso 1% que é o primeiro número arredondado acima do 0%, que seria um portfólio composto apenas pelo ativo livre de risco em qualquer hipótese, até o valor de 26%, que é a maior volatilidade encontrada entre os ativos, arredondado para baixo. Importante ressaltar que o valor da volatilidade de cada portfólio aumenta 1% em cada simulação, e que o Bitcoin não é levado em consideração para obter a maior volatilidade entre os ativos, dado que objetivo

é simular portfólios com e sem sua presença, assim não podemos escolher um nível de volatilidade superior ao que os ativos sem Bitcoin conseguem alcançar.

Em uma análise sobre os retornos obtidos através das simulações é possível notar que, diferentemente do portfólio que investe em criptoativos, o portfólio sem Bitcoin não apresentou um aumento na sua rentabilidade constante com o aumento na sua volatilidade. Tal fato é importante para demonstrar que não há uma relação linear entre risco e retorno, e nem sempre adicionar risco resultará em um retorno maior para a carteira de investimentos. É possível usar o presente caso como exemplo.

No nível de volatilidade de 21%, a carteira de investimentos sem Bitcoin encontrou seu maior retorno possível em sua composição 100% alocada no S&P 500. Uma vez que o sistema de otimização forçou uma nova composição atrelada ao nível de volatilidade de 22% ou superior, os pesos tiveram que ser alterados em busca de um ativo com mais volatilidade, no caso o índice IBOVESPA. A nova alocação com parte dos investimentos no índice IBOVESPA conseguiu alcançar o nível de risco desejado, mas teve como consequência uma piora no seu retorno. O resultado é consequência de uma relação de risco-retorno inferior do IBOVESPA se comparado ao S&P 500.

Os diferentes comportamentos das simulações com e sem Bitcoin como ativo investível são ressaltadas na Figura 2. O crescimento contínuo dos portfólios com Bitcoin se deve a uma relação positiva de risco-retorno, e que mesmo com um alto risco, uma parcela pequena do criptoativo consegue manter o risco pré-estabelecido e aumentar o retorno do portfólio.

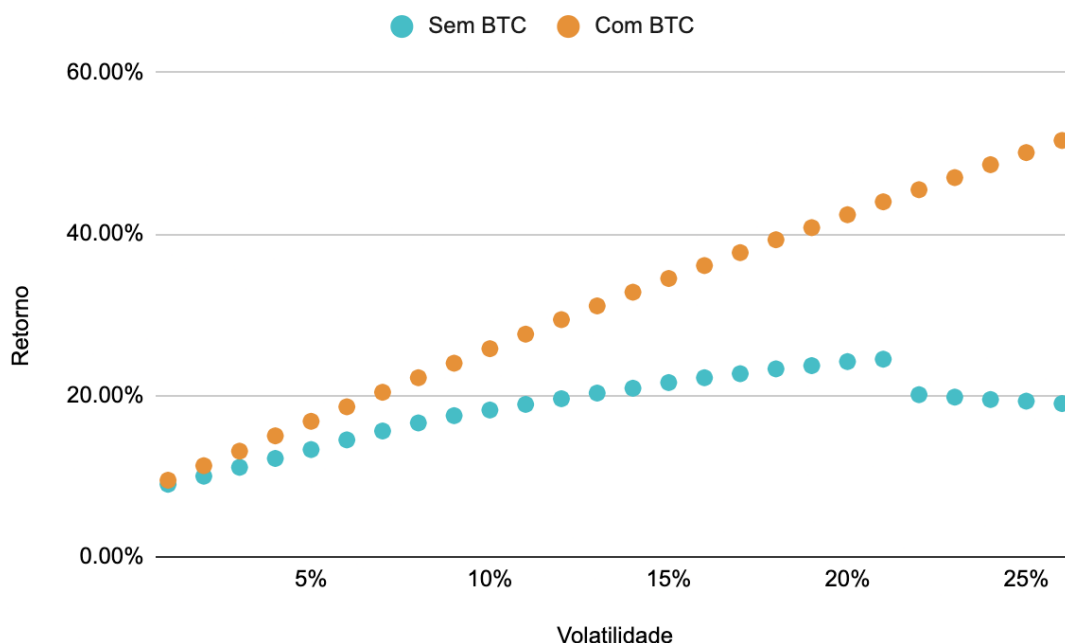


Figura 2: Gráfico dos Retornos dado os níveis de volatilidade.

3.4. Análise do Portfólio

Dada uma primeira abordagem dos resultados, foi possível observar graficamente uma melhora nos portfólios com o criptoativo. Um dos conceitos fundamentais para a otimização e que reafirma tais resultados é a correlação. Como visto na Tabela 5, um ativo com baixa ou negativa correlação contribui para a diversificação da carteira de investimentos, como é o caso do Bitcoin.

Para além dos resultados de risco e retorno dos portfólios, é pertinente explorar as métricas de performance que foram apresentadas na Seção 2.4. A primeira métrica é o índice de Sharpe, criado pelo próprio William Sharpe em 1966. Ponderando o retorno do portfólio descontado da taxa livre de risco pelo risco do portfólio, Sharpe (1966) apresentou essa métrica que permite comparar portfólios com mandatos de risco-retorno diferentes, como o caso do presente trabalho. Com os resultados obtidos nas simulações, foi possível calcular os respectivos índices de Sharpe de cada fundo. Assim, foi possível observar a mudança no índice de Sharpe para um determinado portfólio ao adicionar o criptoativo em seu universo investível.

Ao tratar de risco é fundamental abordar a métrica do *Value at Risk* - VaR. Criada para analisar a perda máxima possível em um determinado período dado um nível de significância, o VaR paramétrico assume distribuição normal dos retornos de forma

conservadora. Na Tabela 6 são apresentados os resultados do VaR paramétrico ao nível de significância de 5% para o período de 1 ano. É interessante notar que o VaR leva em consideração o risco do portfólio e não o seu retorno, e isso quer dizer que temos um mesmo VaR para os portfólios com e sem investimentos em Bitcoin. Como é possível comparar através da Tabela 6, mantido o nível de volatilidade, um índice de Sharpe maior não implica em um VaR maior.

A partir de grandes indicativos da melhora na relação de risco-retorno dos portfólios com criptoativos, é necessário validar se essa mudança é estatisticamente significativa. Conforme apresentado por Batista *et al.* (2021), é possível usar a estatística J para validar a melhora na performance com a inclusão do Bitcoin.

Proposta pela primeira vez por Gibbons *et al.* (1989), e aprofundada por Campbell *et al.* (1997), a estatística J usa como base os índices de Sharpe dos portfólios e um dado nível de risco e tenta provar se a melhora é estatisticamente significativa. Baseado na Distribuição F é feito um teste para as seguintes hipóteses:

$$H_0: IS_c = IS_s \quad H_1: IS_c > IS_s$$

Após o cálculo da estatística J (Equação 14) para cada par de índices de Sharpe dado o nível de volatilidade, devemos obter o valor de F que será usado no teste. Dado o número de ativos (i) igual a 7, e o número de meses (n) da série histórica igual a 53 e o nível de significância de 5%, temos,

$$F_{\alpha}(i, n - i - 1) = F_{5\%}(7, 45) = 2.2212 \quad (15)$$

Com tais resultados é possível testar se a melhora nos portfólios é estatisticamente significativa. Na Tabela 6, é possível observar os índices de Sharpe que estão sendo abordados no teste. Cada linha da Tabela 6 mostra um nível de volatilidade diferente. Também estão sendo apresentadas as estatísticas J calculadas para os pares de índices de Sharpe e, não menos importante, a decisão do teste. Como é possível observar na Tabela 6, foi confirmada estatisticamente a efetividade da adição de criptoativos como parte do portfólio de investimentos. Isto é, a mudança no índice de Sharpe do portfólio é significativa ao nível de confiança de 95%.

Tabela 6: Análise e resultado dos portfólios.

Volatilidade	VaR	Sharpe sem BTC	Sharpe com BTC	Estatística J	Decisão
1%	1.65%	1.30	1.80	3.7042	Rejeita H0
2%	3.29%	1.15	1.80	5.3076	Rejeita H0
3%	4.94%	1.13	1.80	5.5031	Rejeita H0
4%	6.58%	1.13	1.83	5.8593	Rejeita H0
5%	8.23%	1.12	1.82	5.8685	Rejeita H0
6%	9.87%	1.13	1.82	5.6727	Rejeita H0
7%	11.52%	1.13	1.81	5.7056	Rejeita H0
8%	13.16%	1.11	1.81	5.8823	Rejeita H0
9%	14.81%	1.09	1.81	6.1602	Rejeita H0
10%	16.45%	1.05	1.81	6.6460	Rejeita H0
11%	18.10%	1.02	1.81	7.0580	Rejeita H0
12%	19.74%	0.99	1.81	7.4115	Rejeita H0
13%	21.39%	0.97	1.80	7.6258	Rejeita H0
14%	23.03%	0.94	1.79	7.9137	Rejeita H0
15%	24.68%	0.93	1.79	8.0706	Rejeita H0
16%	26.32%	0.91	1.78	8.2218	Rejeita H0
17%	27.97%	0.88	1.76	8.4422	Rejeita H0
18%	29.61%	0.87	1.76	8.5569	Rejeita H0
19%	31.26%	0.84	1.74	8.7480	Rejeita H0
20%	32.90%	0.83	1.74	8.9110	Rejeita H0
21%	34.55%	0.80	1.73	9.2037	Rejeita H0
22%	36.19%	0.56	1.72	12.8527	Rejeita H0
23%	37.84%	0.53	1.71	13.3070	Rejeita H0
24%	39.48%	0.49	1.70	13.7837	Rejeita H0
25%	41.13%	0.46	1.70	14.0766	Rejeita H0
26%	42.77%	0.43	1.69	14.3940	Rejeita H0

4. Conclusão

Além da inovação que os criptoativos trazem com sua tecnologia Blockchain, tais ativos estão cada vez mais próximos de se tornar uma classe própria de investimentos. Além dos fatores qualitativos, como a adoção de grandes investidores em seus portfólios, o lado quantitativo as criptomoedas apresentam grandes resultados financeiros em carteiras de investimentos como esse trabalho propôs a abordar. Adotando o Bitcoin como representante da classe, é possível observar que historicamente o ativo é desconectado com os ativos tradicionais de investimento. Até o momento em que o presente estudo foi realizado, o BTC apresentou retornos positivos em média.

Com base na teoria desenvolvida por Markowitz (1952) foi possível a criação de diferentes portfólios que tinham como premissa buscar o maior retorno dado um valor fixo para o risco do portfólio, isto é, uma volatilidade fixa. Para cada valor de risco foram criadas duas carteiras, uma com investimentos em Bitcoin e a outra sem. Como visto nos resultados da Seção 3, foi possível obter melhores resultados de retorno, dada uma mesma volatilidade, nos portfólios em que havia porcentagem dos investimentos alocados em criptoativos, no caso no Bitcoin.

Como principais resultados pode-se destacar:

- i. Por apresentarem uma baixa correlação com as classes de investimentos tradicionais, os criptoativos são bons investimentos para composição de portfólio dada uma perspectiva de diversificação.
- ii. Através da estatística J, de Gibbons *et al.* (1989), foi possível mostrar que existem evidências estatísticas de que há uma melhora significativa na performance de um portfólio ao investir na classe de criptoativos.

Propostas para abordagens futuras:

- i. No presente trabalho de conclusão de curso foi utilizada a metodologia desenvolvida por Markowitz (1952) para a otimização de portfólios. A abordagem adotada não contava com restrições, exceto pela restrição de não investir em Bitcoin no portfólio sem Bitcoin, como é de se esperar. Uma sequência a esse estudo pode se basear em novas premissas como limite de

exposição a determinado ativo ou restrições percentuais a determinados ativos. Essas novas restrições podem criar dinâmicas diferentes e que seriam objetos válidos de estudo. Uma abordagem com mais restrições seria interessante por replicar as limitações que diversos fundos de investimentos possuem dado os seus mais diversos mandatos.

- ii. Para o desenvolvimento do trabalho e viabilização do estudo, foi adotada a premissa de usar o Bitcoin como representante do mercado de criptoativos. Por ser tratar de uma classe de investimentos insipiente e ainda muito correlacionada, dada sua maturidade no mercado, o criptoativo Bitcoin, primogênito da classe, conseguiu representar bem o papel até o momento. Com o desenvolvimento do setor, é esperado que essa relação não se perpetue e cada criptoativo eventualmente desenvolva sua própria relação de risco-retorno desassociado do Bitcoin. Dado esse contexto em potencial, uma nova abordagem do estudo realizado com o Bitcoin seria de grande relevância. A continuidade da tese poderia ser reafirmada em um segundo momento, caso se comprovasse verdadeira a melhora na performance de diferentes portfólios que possuem em sua composição um índice que represente o mercado de criptoativos.

Referências

- AKHTARUZZAMAN, Md; SENSOY, Ahmet; CORBET, Shaen. The influence of bitcoin on portfolio diversification and design. *Finance Research Letters*, v. 37, p. 101344, 2020.
- ANTONOPOULOS, Andreas M.; WOOD, Gavin. *Mastering ethereum: building smart contracts and dapps*. O'reilly Media, 2018.
- ASSAF NETO, Alexandre. *Mercado financeiro 8. ed.* São Paulo: Atlas, 2008.
- BAKRY, Walid et al. Bitcoin and Portfolio Diversification: A Portfolio Optimization Approach. *Journal of Risk and Financial Management*, v. 14, n. 7, p. 282, 2021.
- BATISTA, Davi Trindade; ALVES, Carlos F. Analysis of Bitcoin's Impact on the Efficiency of a Diversified Portfolio for Brazilian Investors. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, v. 23, p. 353-369, 2021.
- BONNEAU, Joseph et al. Sok: Research perspectives and challenges for bitcoin and cryptocurrencies. In: *2015 IEEE symposium on security and privacy*. IEEE, 2015. p. 104-121.
- BRIERE, Marie; OOSTERLINCK, Kim; SZAFARZ, Ariane. Virtual currency, tangible return: Portfolio diversification with bitcoin. *Journal of Asset Management*, v. 16, n. 6, p. 365-373, 2015.
- BURNISKE, Chris; TATAR, Jack. *Cryptoassets: The innovative investor's guide to bitcoin and beyond*. New York: McGraw-Hill Education, 2018.
- BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. *Estatística básica*. In: *Estatística básica*. 2010.
- BUTERIN, Vitalik et al. *Ethereum white paper*. GitHub repository, v. 1, p. 22-23, 2013.
- CAMPBELL, John Y.; LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. *The econometrics of financial markets*. Princeton University press, 1997.
- DA COSTA, A. O desenvolvimento econômico na visão de Joseph Schumpeter. *Cadernos IHU ideias*, v. 4, n. 47, p. 1-16, 2006.

DAVIDSON, Sinclair; DE FILIPPI, Primavera; POTTS, Jason. Economics of blockchain. Available at SSRN 2744751, 2016.

FONSECA, Carolina Garcia da. Aplicação Do Modelo De Markowitz Na Seleção De Carteiras Eficientes: Uma Análise Da Relação Entre Risco E Retorno. Universidade Federal do Rio de Janeiro UFRJ, Instituto de Economia, 2011.

GIBBONS, Michael R.; ROSS, Stephen A.; SHANKEN, Jay. A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, p. 1121-1152, 1989.

GRINBERG, Reuben. Bitcoin: An innovative alternative digital currency. *Hastings Sci. & Tech. LJ*, v. 4, p. 159, 2012.

GUESMI, Khaled et al. Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, v. 63, p. 431-437, 2019.

HARDIN, William G.; CHENG, Ping. Farmland investment under conditions of certainty and uncertainty. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, v. 25, n. 1, p. 81-98, 2002.

IVASHINA, Victoria; SCHARFSTEIN, David. Bank lending during the financial crisis of 2008. *Journal of Financial economics*, v. 97, n. 3, p. 319-338, 2010.

JORION, Philippe. Risk2: Measuring the risk in value at risk. *Financial analysts journal*, v. 52, n. 6, p. 47-56, 1996.

JORION, Philippe. Value at risk. 2000.

KAJTAZI, Anton; MORO, Andrea. The role of bitcoin in well diversified portfolios: A comparative global study. *International Review of Financial Analysis*, v. 61, p. 143-157, 2019.

KAKAVAND, Hossein; KOST DE SEVRES, Nicolette; CHILTON, Bart. The blockchain revolution: An analysis of regulation and technology related to distributed ledger technologies. Available at SSRN 2849251, 2017.

LEVY, Haim; SARNAT, Marshall. International diversification of investment portfolios. *The American Economic Review*, v. 60, n. 4, p. 668-675, 1970.

MANGRAM, Myles E. A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. *Global journal of business research*, v. 7, n. 1, p. 59-70, 2013.

- MARKOWITZ, H. M. Portfolio Selection. [S.l.]: Journal of finance n. 1, v. 7, p.77-91, 1952.
- MARKOWITZ, Harry M. Foundations of portfolio theory. The journal of finance, v. 46, n. 2, p. 469-477, 1991.
- MORKUNAS, Vida J.; PASCHEN, Jeannette; BOON, Edward. How blockchain technologies impact your business model. Business Horizons, v. 62, n. 3, p. 295-306, 2019.
- NAKAMOTO, Satoshi. Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system. Decentralized Business Review, p. 21260, 2008.
- NOFER, Michael et al. Blockchain. Business & Information Systems Engineering, v. 59, n. 3, p. 183-187, 2017.
- SANTOS, D. R. D. et al. The Token Economy: Assets for the Blockchain Era. Global Media Journal, v. 18, p. 36, 2020.
- SCHUMPETER, Joseph A. Capitalismo, socialismo e democracia. SciELO-Editora UNESP, 2017.
- SHARPE, William F. Mutual fund performance. The Journal of business, v. 39, n. 1, p. 119-138, 1966.
- SILVEIRA, Rodrigo Lanna Franco da; BARROS, Geraldo Sant'Ana de Camargo. Uma análise da alocação de contratos futuros sobre commodities em portfólios diversificados. Revista de Economia e Sociologia Rural, v. 48, p. 195-222, 2010.
- ULRICH, Fernando. Bitcoin: a moeda na era digital. LVM Editora, 2017.
- WU, Chen Y.; PANDEY, Vivek K.; DBA, C. The value of Bitcoin in enhancing the efficiency of an investor's portfolio. Journal of financial planning, v. 27, n. 9, p. 44-52, 2014.
- ZANINI, Francisco Antônio Mesquita; FIGUEIREDO, Antonio Carlos. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. RAM. Revista de Administração Mackenzie, v. 6, p. 38-65, 2021.
- ZABARANKIN, Michael; PAVLIKOV, Konstantin; URYASEV, Stan. Capital asset pricing model (CAPM) with drawdown measure. European Journal of Operational Research, v. 234, n. 2, p. 508-517, 2014