

Elizabeth Aparecida de Souza Matos

**Análise e Previsão de Demanda de Energia
Elétrica no Sudeste e Centro-Oeste do Brasil
Através de Modelos de Séries Temporais**

Niterói - RJ, Brasil

12 de Dezembro de 2022

Elizabeth Aparecida de Souza Matos

**Análise e Previsão de Demanda de
Energia Elétrica no Sudeste e
Centro-Oeste do Brasil Através de
Modelos de Séries Temporais**

Trabalho de Conclusão de Curso

Monografia apresentada para obtenção do grau de Bacharel em
Estatística pela Universidade Federal Fluminense.

Orientador(a): Prof. Dr. Moisés Lima de Menezes

Niterói - RJ, Brasil

12 de Dezembro de 2022

Elizabeth Aparecida de Souza Matos

**Análise e Previsão de Demanda de Energia
Elétrica no Sudeste e Centro-Oeste do Brasil
Através de Modelos de Séries Temporais**

Monografia de Projeto Final de Graduação sob o título “*Análise e Previsão de Demanda de Energia Elétrica no Sudeste e Centro-Oeste do Brasil Através de Modelos de Séries Temporais*”, defendida por Elizabeth Aparecida de Souza Matos e aprovada em 12 de Dezembro de 2022, na cidade de Niterói, no Estado do Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Moisés Lima de Menezes
Departamento de Estatística - UFF

Profa. Dra. Marcia Marques de Carvalho
Departamento de Estatística - UFF

Profa. Dra. Mariana Albi de Oliveira Souza
Departamento de Estatística - UFF

Niterói, 12 de Dezembro de 2022

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

M425a Matos, Elizabeth Aparecida de Souza
Análise e Previsão de Demanda de Energia Elétrica no
Sudeste e Centro-Oeste do Brasil Através de Modelos de
Séries Temporais / Elizabeth Aparecida de Souza Matos. - 2022.
72 f.: il.

Orientador: Moisés Lima de Menezes.
Trabalho de Conclusão de Curso (graduação)-Universidade
Federal Fluminense, Instituto de Matemática e Estatística,
Niterói, 2022.

1. Modelagem. 2. Série temporal. 3. Demanda de energia. 4.
Previsão. 5. Produção intelectual. I. Menezes, Moisés Lima
de, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto
de Matemática e Estatística. III. Título.

CDD - XXX

Resumo

A demanda por energia elétrica vem crescendo no país juntamente ao desenvolvimento tecnológico e aumento da população. O Brasil dispõe de diferentes recursos naturais, porém a energia hidrelétrica é responsável por mais de 65% de todo o consumo do país, sendo as demais gerações de energia utilizadas de forma complementar. A geração de energia pode ser otimizada a partir de uma perspectiva da demanda, cujo conhecimento prévio pode proporcionar um planejamento mais adequado para a distribuição. Este trabalho propôs gerar previsões de demanda de energia para as regiões Sudeste e Centro-Oeste para um horizonte de um ano, a partir de modelos de séries temporais pelos métodos de amortecimento exponencial de Holt-Winters e de modelos de Box & Jenkins. Na ocasião, estatísticas de aderência como MAPE, RMSE, R^2 e BIC foram utilizadas para avaliar a capacidade preditiva dos modelos e análises das FAC dos resíduos e testes de normalidade foram utilizados para fazer o diagnóstico dos mesmos a fim de se obter o melhor modelo para previsão. Os resultados mostraram que o modelo SARIMA apresenta melhores resultados do que as demais modelagens para a previsão de demanda de energia elétrica. Tais resultados contribuem para a utilização deste modelo no auxílio do planejamento energético do país.

Palavras-chave: Estatística. Séries Temporais. Previsão. Demanda de energia elétrica. Modelo SARIMA.

Dedicatória

Dedico essa vitória ao meu pai Manoel Matos, *in memoriam*, e minha mãe Maria Gloria.

Agradecimentos

Agradeço à minha mãe Maria Gloria, por desde sempre me apoiar em todas as escolhas da vida e não medir esforços para me proporcionar as melhores oportunidades. Agradeço também aos outros familiares que torceram por essa conquista e estiveram ao meu lado.

Agradeço aos amigos que cruzaram o meu caminho e me acompanham na vida pelos incentivos, apoio e compreensão.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Moisés Lima por toda a paciência, atenção e disponibilidade para me auxiliar neste projeto. Também agradeço as professoras Dras. Márcia Marques e Mariana Albi pela disponibilização em participar da banca avaliadora.

Por fim, agradeço a Universidade Federal Fluminense por promover aprendizado, troca de conhecimentos e experiências ao longo dos anos que passei na universidade.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	p. 14
1.1	Motivação	p. 14
1.2	Revisão Bibliográfica	p. 15
1.3	Objetivo	p. 16
1.4	Proposta	p. 16
1.5	Organização	p. 17
2	Sistema Interligado Nacional	p. 18
3	Materiais e Métodos	p. 22
3.1	Dados	p. 22
3.2	Séries Temporais	p. 24
3.2.1	Estacionariedade	p. 26
3.2.1.1	Ruído Branco	p. 27
3.2.1.2	Operador das Diferenças (Δ)	p. 27
3.2.1.3	Teste da Raiz Unitária	p. 27
3.2.2	Normalidade	p. 29
3.2.2.1	Teste de Shapiro-Wilk	p. 29

3.2.3	Homocedasticidade	p. 29
3.2.4	Autocorrelação	p. 30
3.2.4.1	Autocorrelação dos Erros Aleatórios	p. 30
3.2.4.2	Função de Autocovariância	p. 31
3.2.4.3	Função de Autocorrelação	p. 31
3.2.4.4	Função de Autocorrelação Parcial	p. 32
3.2.4.5	Correlograma	p. 33
3.3	Modelos de Previsão	p. 35
3.3.1	Modelos de Holt-Winters	p. 35
3.3.1.1	Modelo Aditivo	p. 36
3.3.1.2	Modelo Multiplicativo	p. 37
3.3.2	Modelos de Box & Jenkins	p. 37
3.3.2.1	Modelo Autoregressivo - $AR(p)$	p. 38
3.3.2.2	Modelo de Médias Móveis - $MA(q)$	p. 38
3.3.2.3	Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis - $ARMA(p, q)$	p. 39
3.3.2.4	Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis - $ARIMA(p, d, q)$	p. 39
3.3.2.5	Modelo Sazonal Autorregressivo Integrado de Médias Móveis - $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$	p. 40
3.3.2.6	Ciclo Iterativo	p. 40
3.3.3	Estatísticas de Aderência	p. 42
3.3.3.1	Crítério de Informação Bayesiano (BIC - <i>Bayesian Information Criterion</i>)	p. 43
3.3.3.2	Erro Quadrático Médio (MSE - <i>Mean Squared Error</i>)	p. 43
3.3.3.3	Erro Percentual Absoluto Médio ($MAPE$ - <i>Mean Absolute Percentage Error</i>)	p. 43
3.3.3.4	Desvio Absoluto Médio (MAD - <i>Mean Absolute Deviation</i>)	p. 44

3.3.3.5	Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio (<i>RMSE - Root Mean Squared Error</i>)	p. 44
3.3.3.6	Coeficiente de Determinação R^2	p. 44
3.3.4	Análise dos Resíduos	p. 44
3.3.4.1	Testes de Independência	p. 45
3.3.5	Previsão	p. 47
3.4	Metodologia	p. 48
4	Análise dos Resultados	p. 50
4.1	Análise Descritiva	p. 50
4.2	Modelagem de Séries Temporais	p. 51
4.2.1	Modelagem de Holt-Winters	p. 51
4.2.2	Modelagem de Box & Jenkins	p. 57
4.2.2.1	Teste de Estacionaridade	p. 57
4.2.2.2	Teste de Normalidade	p. 58
4.2.2.3	Análise de Autocorrelação	p. 59
4.2.3	Seleção do Melhor Modelo	p. 66
5	Conclusões	p. 69
	Referências	p. 71

Lista de Figuras

1	Divisão dos subsistemas do SIN no mapa brasileiro	p. 19
2	Matriz elétrica brasileira 2020	p. 20
3	Série de demanda de energia no subsistema Sudeste/Centro-Oeste (jan/2011-dez/2020)	p. 23
4	Média mensal de demanda de energia do subsistema Sudeste/Centro-Oeste de jan/2011 a dez/2020	p. 24
5	Exemplo de gráfico de dispersão entre valores ajustados e resíduos estudantizados	p. 30
6	Exemplo de correlograma para série aleatória	p. 34
7	Exemplo de correlograma para série com tendência linear	p. 35
8	Exemplo de correlograma dos resíduos	p. 45
9	Resumo da metodologia de análise de séries temporais	p. 49
10	Ajuste e previsão dos modelos de Holt-Winters (amostra original)	p. 53
11	Ajuste e previsão dos modelos de Holt-Winters (amostra treino)	p. 55
12	Correlograma dos resíduos do modelo Holt-Wintes selecionado	p. 56
13	Série original (preto) e ajustada pelo modelo de Holt-Winters (vermelho)	p. 57
14	QQ-plot da série de demanda média mensal de energia elétrica	p. 58
15	Gráfico da transformação logarítmica da série de demanda	p. 59
16	Correlograma da FAC e FACP da série de demanda transformada logaritmicamente	p. 60
17	Correlograma da FAC e FACP da série transformada após diferença sazonal	p. 61

18	Correlograma da FAC dos resíduos do modelo de Box & Jenkins	p.65
19	Série original (preto) e ajustada pelo modelo de Box Jenkins (vermelho)	p.65
20	Série original (em preto) e previsão do modelo de Box & Jenkins (em vermelho)	p.67

Lista de Tabelas

1	Equações do Modelo Aditivo de Holt-Winters	p. 36
2	Equações do Modelo Multiplicativo de Holt-Winters	p. 37
3	Comportamento da FAC e da FACP nos Modelos	p. 42
4	Medidas descritivas da série original de demanda de energia do subsistema Sudeste/Centro-Oeste (jan/2011-dez/2020)	p. 50
5	Variação percentual ano a ano da demanda de energia do subsistema Sudeste/Centro-Oeste (jan/2011-dez/2020)	p. 51
6	Estimativas dos parâmetros dos modelos de Holt-Winters (amostra original)	p. 52
7	Estatísticas de Aderência dos Modelos de Holt-Winters (amostra original)	p. 52
8	Estimativas dos parâmetros dos modelos de Holt-Winters (amostra treino)	p. 54
9	Estatísticas de aderência dos modelos de Holt-Winters (amostra treino)	p. 54
10	Estatísticas de aderência dos modelos de Holt-Winters (amostra teste) .	p. 56
11	Componentes sazonais do modelo de Holt-Winters	p. 56
12	Teste de Dickey-Fuller	p. 58
13	Estatísticas de aderência dos modelos de Box & Jenkins (amostra original)	p. 62
14	Estatísticas de aderência dos modelos de Box & Jenkins (amostra treino)	p. 62
15	Estatísticas de aderência dos modelos de Box & Jenkins (amostra teste)	p. 63
16	Estimativas dos parâmetros dos modelos de Box & Jenkins (amostra original)	p. 64
17	Estatísticas de aderência dos melhores modelos (amostra original) . . .	p. 66
18	Estatísticas de aderência dos melhores modelos	p. 66

19	Estimativas dos parâmetros do modelo Box & Jenkins (amostra original)	p.67
20	Valores Previstos pelo Modelo Box & Jenkins	p.68

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Ao longo do tempo, a energia elétrica tem impactado diretamente nas mudanças do cotidiano mundial, seja com máquinas, motores e edificações, tal como com as atividades básicas domésticas, como preparar um alimento e conservá-lo. No cenário brasileiro, muitas são as utilizações da energia pelos mais de 214 milhões de habitantes (segundo a projeção do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)), sendo esta considerada um bem indispensável nos dias atuais e um dos principais indicadores de desenvolvimento.

O Brasil possui um dos maiores potenciais energéticos do mundo, com condições climáticas extremamente favoráveis. Segundo o Atlas Brasileiro de Energia Solar (2017), o país conta com cerca de 3 mil horas de sol ao longo do ano, porém só explorou 1,6% dessa matriz energética. A energia brasileira provém, em sua maior parte, de usinas hidrelétricas (cerca de 65%), sendo possível aumentar o uso de formas de energia renováveis como biomassa (gás gerado por detritos orgânicos, contribui em 9,1%), eólica (dos ventos, responde por cerca de 8,8% de participação na produção de energia elétrica) e fotovoltaica (solar, contribui 1,7%), de acordo com o secretário de Planejamento e Desenvolvimento Energético do Ministério de Minas e Energia em 2020. No entanto, o cenário de fontes renováveis do país ainda é muito superior ao mundial, onde apenas 27% da matriz elétrica corresponde a fontes renováveis (EPE, 2021).

Para suprir as necessidades da população, o conhecimento prévio da demanda de energia elétrica traz impactos positivos no planejamento e otimização da produção, visando diminuir o risco de escassez e evitar desperdícios. Tal demanda se traduz em quanti-

dade de potência em watts para atender as cargas necessárias da unidade dentro de um determinado período de tempo. A previsão desta torna-se essencial para análise da expansão do sistema e reestruturação sem desperdícios, sejam eles materiais, financeiros ou de poluentes e, também, para não haver falta de investimento que possa provocar uma sobrecarga. As ferramentas estatísticas para análise e modelagem de séries temporais são adequadas para fazer tais previsões de demanda de forma segura. Este tipo de análise permite descrever o comportamento de uma série e prever valores futuros, tendo em vista o conhecimento de dados observados no passado.

Em dezembro de 1985, foi criado o Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica (PROCEL) pelo então Ministério de Minas e Energia e da Indústria e Comércio. Estudos de demanda buscando a eficiência energética (EE) no setor elétrico começaram a se fazer presentes devido à necessidade de redução do consumo (COMÉRCIO, 1985). Na esfera de atuação do programa, existem diversos segmentos como por exemplo o Selo (para equipamentos elétricos), o Edifica (para edificações) e o Reluz (para iluminação pública). O crescimento da população e o avanço tecnológico fizeram com que, anos após a sua criação, o PROCEL ampliasse a sua abrangência, dando abertura a outros programas, como o Plano Nacional de Energia (PNE), criado em 2007, com a projeção da matriz energética nacional até 2030 (MME, 2007), que servem de base para políticas do Governo Federal para o planejamento da matriz energética nacional. Recentemente, em dezembro de 2020, o Ministério de Minas e Energia aprovou o PNE 2050, buscando a atualização do contexto de transição energética (MME, 2020).

1.2 Revisão Bibliográfica

Lopes (2007) propôs o desenvolvimento de um modelo para otimização do planejamento de sistemas hidrotérmicos de energia elétrica. Dados de geração de energia extraídos da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) em 2006 foram utilizados para o desenvolvimento do projeto. Os resultados mostraram que o modelo é viável para o emprego no planejamento da operação dos sistemas.

A Empresa de Pesquisa Energética (EPE) apresentou uma pesquisa sobre o Plano Nacional de Energia 2050 buscando identificar algumas das variáveis que pudessem influenciar na estratégia de expansão da oferta de energia. As projeções indicaram que o potencial de produção de biocombustíveis pode ser mais relevante para a matriz energética brasileira caso o cenário de bioenergia seja favorável (EPE, 2016).

Correia (2017) propôs em seu estudo a filtragem e modelagem de uma série temporal de consumo de energia elétrica. Tal estudo usou dados de consumo mensal brasileiro entre janeiro de 2002 e dezembro de 2016 e concluiu que a classe de modelos Box & Jenkin melhor se ajustou às observações.

Campos (2008) estudou a aplicação de métodos de previsão de longo prazo para o consumo de energia elétrica usando dados da cidade de New England (USA) e do estado de Minas Gerais (Brasil). Os resultados obtidos mostraram que os modelos ARIMA, SARIMA, RNF (*Rede Neuro-Fuzzy*) e RNA (*Rede Neural*) são eficientes para auxiliar o planejamento e tomada de decisões no setor.

Em 2013, um estudo realizado por alunos da Universidade Federal de Uberlândia teve como objetivo analisar o consumo de energia elétrica na região Norte do Brasil e obter um modelo capaz de fazer a previsão do mesmo, com base em dados do consumo mensal da região no período de janeiro de 1979 a dezembro de 2010. Dentre os modelos obtidos, o SARIMA foi selecionado como aquele que melhor se ajustou, por meio dos critérios AIC, BIC e MSE.

Donadello (2017) usou a análise estatística de séries temporais para o estudo sobre a demanda de energia elétrica no campus de Curitiba da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, com dados do mês de maio de 2016. Dentre as ferramentas desta análise, destacou-se o modelo ARIMA.

1.3 **Objetivo**

O objetivo geral deste projeto é avaliar a capacidade preditiva de modelos de séries temporais e definir o melhor dentre os mesmos para previsão dos dados de demanda de energia elétrica. A ideia é contribuir para o planejamento do uso da demanda energética no subsistema das regiões Sudeste e Centro-Oeste do Brasil.

1.4 **Proposta**

Este projeto tem como proposta estudar a previsão de demanda de energia elétrica para um ano posterior aos dados nas regiões Sudeste e Centro-Oeste do Brasil. Tal análise será feita através do estudo de séries temporais, por modelagem de Holt-Winters e Box & Jenkins. Após a modelagem, o desempenho dos modelos será testado para escolha do

que melhor se ajustou aos dados com base em estatísticas de aderência, como *MAPE* (*Mean Absolute Percentage Error*), *RMSE* (*Root Mean Squared Error*), R^2 (Coeficiente de Determinação) e *BIC* (*Bayesian Information Criterion*), e na análise dos resíduos.

Nas análises serão utilizados os softwares computacionais Microsoft Excel (2013), para manipulação dos dados da série original, R Studio (TEAM, 2014), para testes estatísticos e construção de gráficos, FPW (*Forecast Pro for Windows*), para modelagem, estatísticas de aderência e análise dos resíduos, e GRETL (*Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library*), para testes de normalidade e de raiz unitária, bem como para modelagens. O nível de significância de 5% foi adotado em todos os testes executados.

1.5 Organização

Este trabalho está apresentado em cinco capítulos. A introdução sobre o tema, uma breve revisão bibliográfica e os objetivos da pesquisa são conhecidos no Capítulo 1. O conceito de Sistema Interligado Nacional é explicado no Capítulo 2. No Capítulo 3, serão apresentadas informações sobre os dados utilizados nas análises, bem como as técnicas estatísticas adotadas. No Capítulo 4 serão aplicadas as técnicas e analisados os resultados obtidos previamente. Finalmente, no Capítulo 5 serão descritas as considerações finais obtidas neste estudo.

Capítulo 2

Sistema Interligado Nacional

Visando a garantia da distribuição de energia de forma segura e eficaz, o chamado Sistema Interligado Nacional (SIN) opera como um conjunto de equipamentos conectados eletricamente. O sistema hidro-termo-eólico de grande porte para produção e transmissão de energia elétrica formado por proprietários estatais e privados, sob supervisão e controle do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), envolve modelos de simulação e operacionalização em tempo real das diretrizes, permitindo o gerenciamento da capacidade de água nos reservatórios hidrelétricos. O módulo SIN contempla dados de 162 infraestruturas para geração das usinas e atualmente tem capacidade instalada de mais de 170 mil megawatts e uma extensão de rede de mais de 145 mil quilômetros, segundo o ONS.

O SIN é formado por quatro subsistemas, que se unem através da extensa malha de distribuição em prol de redistribuir a energia de maneira equilibrada pelo país. São eles

- Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO), que abrange as duas regiões geográficas do país, assim como Rondônia e Acre;
- Sul (S), que corresponde a toda região geográfica sul do país,
- Nordeste (NE), englobando os estados da região nordeste, com exceção do Maranhão;
- Norte (N), que engloba os estados do Amapá, Amazonas, Maranhão, Pará e Tocantins.



Figura 1: Divisão dos subsistemas do SIN no mapa brasileiro
Fonte: Mercado Livre de Energia Elétrica

Além dos subsistemas citados, existem 212 localidades isoladas no Brasil, em maioria na região norte, representando um consumo menor do que 1% da carga do país, segundo o ONS. Tal isolamento traz como consequência o aumento do valor da conta de luz, por sua geração ser em grande parte vinda de termelétricas. O estado de Roraima é um caso particular, pois seu abastecimento é feito de forma parcial pela Venezuela.

Os principais benefícios de um sistema integrado são a segurança, confiabilidade, ajuste em caso de sazonalidade das chuvas e planejamento do uso das diversas fontes que compõem a matriz elétrica. Por outro lado, as desvantagens são as perdas que acontecem durante transmissões distantes, desestímulo aos investimentos da geração de energia na própria região e custos elevados nas tarifas.

De acordo com o ONS (2022), o subsistema Sudeste/Centro-Oeste possui alta capacidade de armazenamento, com cerca de 70% da capacidade de geração de energia por meio de fonte hídrica no Brasil, sendo o reservatório de Furnas, localizado no Rio Grande, em Minas Gerais, o responsável pelo abastecimento de 17,2% de toda a população das regiões.

Existem diversas fontes de energia no país, sendo elas divididas em primárias (aquelas utilizadas diretamente, sem transformação, como por exemplo o gás natural, o carvão fóssil e a lenha) e secundárias (aquelas que necessitam de transformação para serem utilizadas, como por exemplo os derivados do petróleo e o carvão vegetal). A Figura 2 apresenta a divisão das formas de geração de energia na matriz de energia elétrica brasileira em

2020. Observa-se que a geração de energia elétrica do Brasil é majoritariamente hídrica. Nesta fonte secundária, a energia é obtida pelo aproveitamento do potencial gravitacional da água corrente e de quedas d'água. O baixo custo operacional e o não uso de combustíveis fósseis fazem com que a implementação da fonte seja atrativa. No entanto, em contrapartida, há impacto ambiental negativo nos locais onde as represas são instaladas. Devido ao seu enorme potencial hídrico, o país historicamente foca seus investimentos em hidrelétricas.

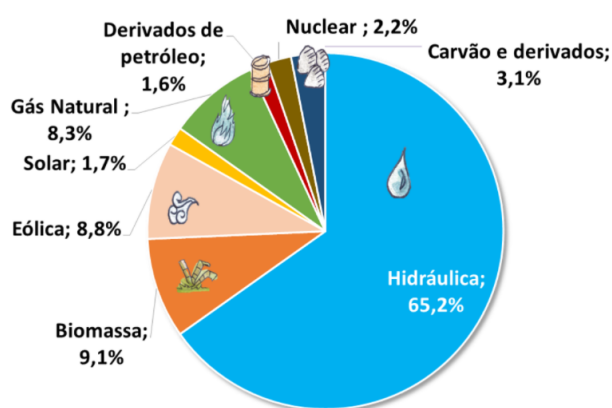


Figura 2: Matriz elétrica brasileira 2020
Fonte: BEN (2021)

A região Sudeste, composta pelos estados do Espírito Santo, Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo, apesar de ser a segunda menor região do país, é também a mais desenvolvida, responsável por 53% do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro, e mais povoada e populosa, com cerca de 44% da população do país, segundo o IBGE. Por estes fatores aliados à concentração do maior parque industrial e amplo sistema de transportes, tal região é um grande mercado de demanda de energia. Já a região Centro-Oeste, formada pelos estados de Goiás, Mato Grosso e Mato Grosso do Sul, e o Distrito Federal, é a segunda maior região em superfície territorial, porém é a menos populosa e pouco povoada, apresentando algumas concentrações urbanas e grandes vazios. A região Centro-Oeste é a região com mais fontes renováveis em sua matriz energética, com destaque para biomassa produzida pelo setor sucroalcooleiro.

O consumo total de energia no Brasil somou, no ano de 2021, 500.209 GWh (Gigawatt hora), correspondendo a um aumento de aproximadamente 5% em comparação ao ano anterior. A classe industrial é responsável por cerca de 36,3% do consumo total do país. Já as classes residencial e comercial correspondem a 30,1% e 17,5%, respectivamente. Dentro da classe industrial, o estado de São Paulo lidera o ranking de consumo em relação aos outros estados, com um consumo médio anual de 51.290 GWh em 2021, seguido de Minas

Gerais, com consumo médio de 32.990 GWh. A mesma liderança se repete nas outras classes (residencial com 42.630 GWh, comercial com 27.740 GWh e outros com 15.700 GWh) (EPE, 2016).

Capítulo 3

Materiais e Métodos

Neste capítulo serão mostrados os materiais utilizados na análise e os métodos que serão aplicados visando o objetivo final. A Seção 3.1 apresenta descrições acerca da base de dados a ser utilizada nesta pesquisa. Na Seção 3.2 é apresentada uma breve descrição sobre séries temporais e seus componentes. Os modelos de previsão estão descritos na Seção 3.3.

3.1 Dados

Os dados utilizados neste trabalho referem-se à carga de energia elétrica atendida por usinas supervisionadas e programadas pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) nas regiões Sudeste e Centro-Oeste do Brasil. Tais dados foram coletados na base técnica pública nacional de dados do ONS. A série temporal analisada no estudo contém 120 observações de médias mensais de demanda medidas no período de 10 anos, de janeiro de 2011 a dezembro de 2020, em MWMed (Megawatt médio). Tal série está graficamente ilustrada na Figura 3.

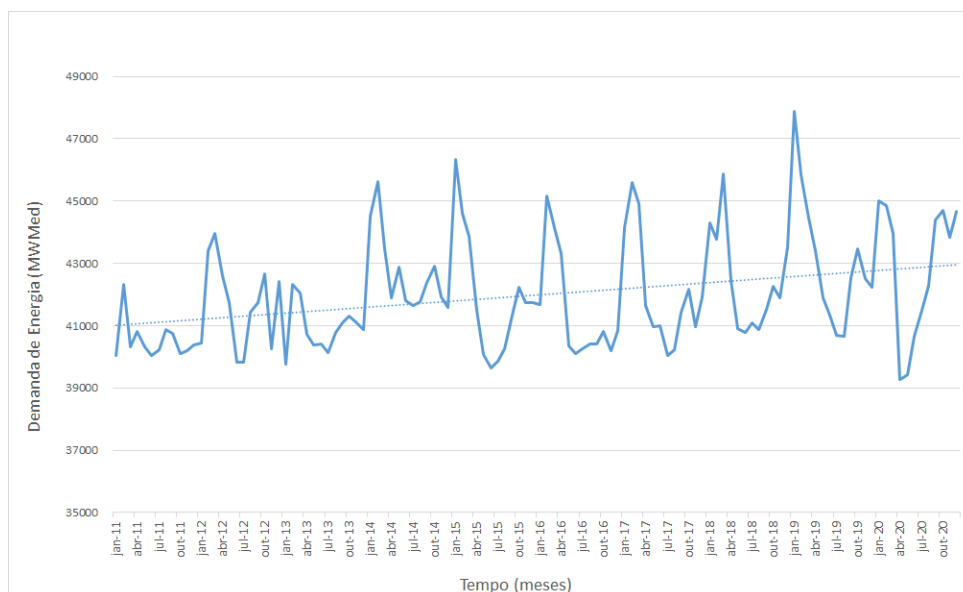


Figura 3: Série de demanda de energia no subsistema Sudeste/Centro-Oeste (jan/2011-dez/2020)

Fonte: Elaboração Própria

Através da observação da Figura 3, percebe-se que, ao longo dos 10 anos observados, a série histórica de demanda apresentou mudanças, tendo uma maior variabilidade com o passar do tempo. A linha tracejada indica uma tendência crescente nos dados. Pode-se notar um pico de demanda entre os meses de janeiro e março de cada ano, indicando uma possível sazonalidade temporal no verão brasileiro. Corroborando com tal percepção, a Figura 4 apresenta o gráfico de barras da média da demanda mês a mês dos últimos 10 anos.

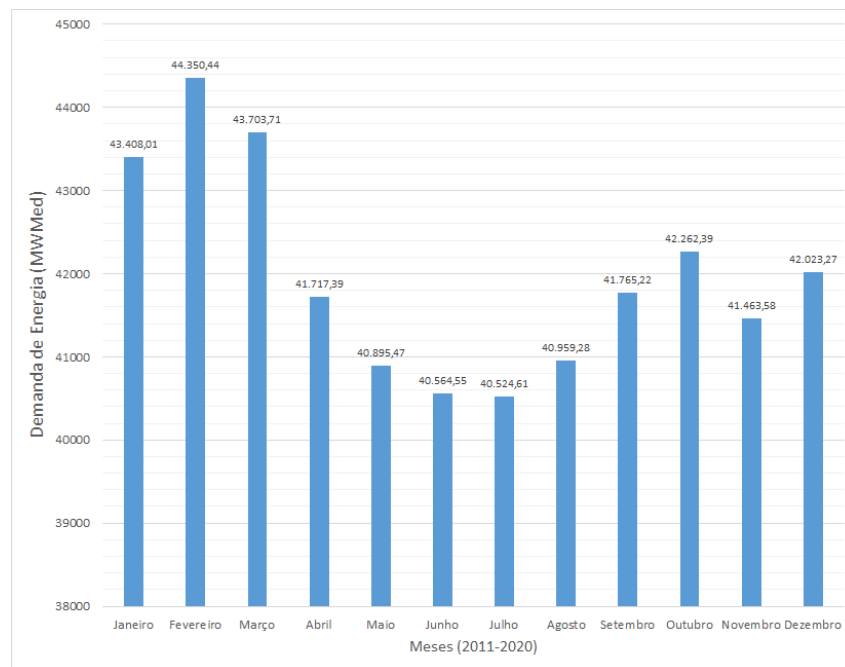


Figura 4: Média mensal de demanda de energia do subsistema Sudeste/Centro-Oeste de jan/2011 a dez/2020

Fonte: Elaboração Própria

Para fins de estimação e previsão do modelo a ser utilizado neste trabalho, o banco de dados será dividido em dois subconjuntos de amostras, onde

- n_1 representa 90% das observações totais (9 anos - de janeiro de 2011 a dezembro de 2019), chamada amostra treino; e
- n_2 representa os outros 10% das observações (1 ano - de janeiro a dezembro de 2020), chamada amostra teste.

Na amostra treino, verifica-se a adequação do ajuste do modelo, calculando as estatísticas de aderência dentro da própria amostra. Já a amostra teste avalia a capacidade preditiva do modelo, sendo as estatísticas de aderência medidas fora da amostra.

3.2 Séries Temporais

O conjunto de observações de uma mesma variável quantitativa que gera uma sequência ordenada no tempo é chamada de Série Temporal (MORETTIN; TOLOI, 2006). Tais séries são medidas ao longo de períodos regulares (horas, dias, semanas, meses, etc) e podem ser divididas em contínuas, quando as observações são realizadas continuamente

durante o tempo, ou discretas, quando as observações são feitas em tempos distintos, em sua maioria equidistantes. São classificadas também como univariadas, quando existe apenas uma variável de interesse, ou multivariada, quando existir interesse em uma modelagem conjunta. Se as observações consecutivas da série temporal forem dependentes umas das outras, é possível obter uma previsão e compreender o comportamento do evento através das bases analisadas (SAMOHYL; ROCHA; MATTOS, 2001).

Um processo estocástico é definido como uma sequência de variáveis aleatórias ordenadas e indexadas a uma outra variável. Seja T um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é representado por $Z = \{Z_t, t \in T\}$, de tal forma que, para cada $t \in T$, Z_t é uma variável aleatória. Desta forma, uma série temporal é considerada uma realização de um processo estocástico com intervalos de tempo t , e, portanto, todas as definições válidas para tais processos, também são válidas para séries temporais (ALVES; DELGADO, 1997).

De acordo com Samohyl, Rocha e Mattos (2001), a análise de séries temporais tem como objetivos mais comuns descrever o comportamento da mesma, identificar padrões não aleatórios na variável de interesse, construir modelos probabilísticos ou estocásticos e fazer projeções de valores futuros, orientando a tomada de decisões com base no comportamento do passado. Desse modo, é pressuposto que as componentes que influenciaram anteriormente continuarão presentes. O estudo então é dividido em análise, modelagem e previsão.

Uma série temporal tem como função a equação descrita em (3.1), composta pelos quatro componentes explicados a seguir (MORETTIN; TOLOI, 1985).

$$Z_t = T_t + S_t + C_t + \epsilon_t \quad (3.1)$$

- Tendência (T_t): Representa o padrão persistente no seu comportamento a longo prazo, livre de ruídos causados por pontos irregulares de curto prazo, caracterizando uma orientação gráfica do sentido. Um dos métodos mais utilizados para estimar a tendência parte da suavização dos valores ao redor de um ponto com a chamada média móvel.
- Sazonalidade (S_t): Representa o padrão de oscilações intervenientes na série durante um mesmo intervalo de tempo, normalmente de curto prazo, como por exemplo a variação climática entre as estações do ano. Esse efeito é mais evidente quando a série trata de dados com menos espaçamento como os mensais ou trimestrais. Os métodos mais utilizados para identificação são baseados em estatísticas descritivas

e regressão.

- Ciclos (C_t): Representa o padrão das variações com periodicidade superior a um ano ao longo de toda série, como por exemplo a economia de um país em período de recessão.
- Termo aleatório (ϵ_t): Representa a componente inexplicável, resultado de fatos inesperados, podendo ser aleatórios ou não, mas provenientes de uma falha ou evento pontual, como por exemplo catástrofes naturais, erro humano, atentado terrorista, etc. Por hipótese, nos modelos de previsão que serão adotados neste trabalho e especificados na Seção (3.3), este termo possui distribuição normal com média zero e variância constante ($N(0, \sigma^2)$) e não é autocorrelacionado ($Cov(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0, \forall t \neq s$).

Ocasionalmente, uma série temporal não possuirá todos os componentes citados. Dessa forma, a análise gráfica e a decomposição são processos interessantes para identificar quais componentes não atuaram nas observações analisadas.

3.2.1 Estacionariedade

Um processo estocástico, bem como uma série temporal, pode ser classificado como estacionário ou não estacionário. Para aplicação de modelos, como no caso deste projeto, destaca-se a necessidade da suposição de estacionariedade do processo.

Afirma-se que uma série temporal é estacionária quando as características (média e variância) são conservadas ao longo do tempo.

Processos Estritamente ou Fortemente Estacionários: uma série temporal $Z = \{Z_t, t \in T\}$ é dita estritamente ou fortemente estacionária se todas as distribuições finito-dimensionais não variam sob translações no tempo.

Processos Fracamente Estacionários ou Estacionários de Segunda Ordem: diz-se que a série é fracamente estacionária ou de segunda ordem se o primeiro e o segundo momentos não variam com o tempo e somente se:

1. $E[Z_t] = \mu_t = \mu, \forall t \in T$;
2. $E[Z_t^2] < \infty, \forall t \in T$; e
3. $\gamma(t_1, t_2) = Cov[Z_{t_1}, Z_{t_2}]$ é uma função apenas de $|t_1 - t_2|$.

Neste projeto será avaliada a estacionariedade de segunda ordem.

3.2.1.1 Ruído Branco

Uma série $\epsilon = \{\epsilon_t, t \in T\}$ é chamada de puramente aleatória, ou ruído branco, se a mesma é independente e identicamente distribuída, possui média igual a zero ($E[\epsilon_t] = \mu = 0, \forall t$), variância constante ($Var(\epsilon_t) = \sigma^2$) e covariância nula ($Cov(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0, \forall t \neq s$).

3.2.1.2 Operador das Diferenças (Δ)

Caso os dados originais não sejam uma série estacionária, será necessário realizar a transformação dos mesmos, que consiste em tomar diferenças sucessivas até se obter uma série estacionária. A primeira diferença ΔZ_t é definida por:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}, \quad (3.2)$$

e, de modo geral:

$$\Delta^n Z_t = \Delta[\Delta^{n-1} Z_t], \quad (3.3)$$

onde Δ é o operador de diferenças.

O operador de defasagem B pode ser reescrito com base em Z tal que

$$B^m Z_t = Z_{t-m} \quad (3.4)$$

Pode-se perceber que o operador Δ pode ser representado pelo operador B como

$$\Delta Z_t = (1 - B)Z_t. \quad (3.5)$$

De acordo com Morettin e Toloí (2006), geralmente será suficiente tomar uma ou duas diferenças para obter a estacionaridade de uma dada série.

3.2.1.3 Teste da Raiz Unitária

A existência de raiz unitária, $x = 1$ ou $x = -1$, na série implica na não estacionariedade da mesma. Caso as raízes da equação do modelo estejam fora do círculo unitário (raio=1), o processo estocástico é inversível. Se estiverem dentro do círculo, o processo é estacionário. No contexto geral, se as raízes estão no círculo unitário, não há chance de estacionariedade.

Considerando a série temporal da equação 3.6, onde ϵ_t é um termo de erro de ruído

branco no tempo t , $\rho = 1$ significa que Z_t depende de Z_{t-1} , indicando uma alta correlação entre eles, logo Z_t não é estacionária.

$$Z_t = \rho \times Z_{t-1} + \epsilon_t \quad (3.6)$$

Partindo da série temporal descrita em (3.6) e da primeira diferença de Z_t (3.2), os estatísticos Dickey e Fuller (1979) obtiveram a relação apresentada abaixo.

$$\begin{aligned} \Delta Z_t &= Z_t - Z_{t-1} \\ &= (\rho Z_{t-1} + \epsilon_t) - Z_{t-1} \\ &= \rho Z_{t-1} - Z_{t-1} + \epsilon_t \\ &= (\rho - 1)Z_{t-1} + \epsilon_t \\ &= \beta \times Z_{t-1} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\beta = \rho - 1$ é chamado de operador de primeira diferença.

Nota-se que quando $\rho = 1$, o operador β é nulo. Então, para analisar a existência de raiz unitária, o teste Dickey-Fuller estuda a regressão da equação $\Delta Z_t = \beta_0 + \beta_1 Z_{t-1} + \epsilon_t$ onde β_0 é intercepto da série, tendo como hipóteses:

$H_0: \beta_1 = 0 \Rightarrow \rho = 1 \rightarrow$ possui raiz unitária (não estacionariedade)

$H_1: \beta_1 \neq 0 \Rightarrow \rho \neq 1 \rightarrow$ não possui raiz unitária (estacionariedade)

A estatística do teste é definida como a equação (3.8), onde $\hat{\beta}$ é o estimador de β . Os valores da estatística τ foram tabulados por Dickey e Fuller através da simulação de Monte Carlo.

$$\tau = \frac{\hat{\beta}_1}{\sqrt{(\hat{\beta}_1)}} \quad (3.8)$$

Como esta estatística τ possui sinal negativo, a decisão do teste é dada comparando os valores absolutos com os valores críticos tabulados. Para o nível de significância de 5% adotado neste trabalho, tem-se como região crítica de rejeição da hipótese nula:

$$|\tau| \geq 2,86 \quad (3.9)$$

3.2.2 Normalidade

O critério de normalidade é obedecido caso o processo gerador da série temporal analisada siga uma distribuição normal de probabilidade. Testes como Shapiro-Wilk (1965) são aplicados para hipótese nula de normalidade, como será usado neste projeto em particular.

3.2.2.1 Teste de Shapiro-Wilk

Para realização do teste, são definidas as hipóteses nula e alternativa abaixo:

H_0 : os dados provém de população que segue uma distribuição normal

H_1 : os dados não provém de população que segue uma distribuição normal.

Através da estatística do teste expressa na equação (3.10), onde z_t corresponde ao valor da série no tempo t e a_i são coeficientes lineares normalizados tabelados, o teste é realizado comparando esta estatística com o valor tabelado de acordo com o nível de significância adotado.

$$W = \frac{(\sum_{t=1}^n (a_i z_t))^2}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2} \quad (3.10)$$

Caso o valor encontrado para estatística do teste seja significativo, então há indícios de falta de normalidade para a variável analisada.

Pode-se adotar também a comparação entre o p -valor e o nível de significância para tomada de decisão, onde, se o mesmo for superior ao nível de significância, é possível afirmar que os dados provém de uma população que segue distribuição normal.

3.2.3 Homocedasticidade

A hipótese de homocedasticidade significa que a variância dos erros ϵ_t é constante ao longo do tempo para diferentes observações, ou seja,

$$\begin{aligned} Var(\epsilon_t) &= E(\epsilon_t^2) - E(\epsilon_t) \\ &= E(\epsilon_t^2) - 0 = E(\epsilon_t^2) \\ &= \sigma^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

com σ constante, independente do t .

Quando este pressuposto não é atendido, observam-se variâncias não homogêneas, ou seja, existe heterocedasticidade. Segundo Ambrósio (1993), a falta de homogeneidade de variância pode surgir quando os erros têm distribuição assimétrica. A fim de avaliar a homocedasticidade dos dados, é verificado o gráfico dos valores ajustados versus os resíduos estudentizados, esperando que os pontos possuam um padrão em torno de zero. A Figura 5 ilustra um exemplo onde existem indícios de violação do pressuposto de homocedasticidade.

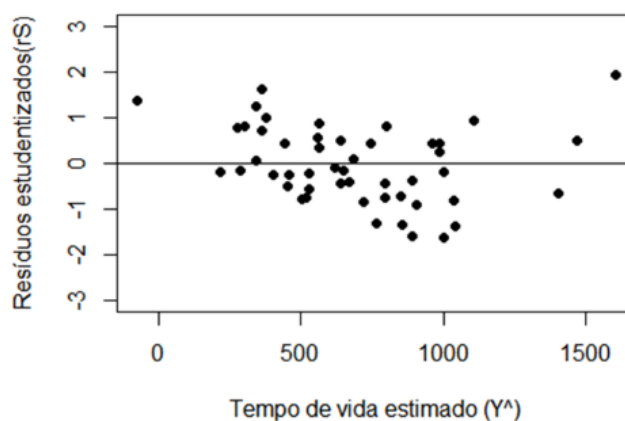


Figura 5: Exemplo de gráfico de dispersão entre valores ajustados e resíduos estudentizados

Fonte: Elaboração própria

3.2.4 Autocorrelação

O coeficiente de autocorrelação em séries temporais é a correlação entre termos na mesma série em tempos distintos. O coeficiente de autocorrelação pode variar entre 1, chamada correlação perfeita, e -1, chamada anticorrelação perfeita, com valor 0 significando ausência de correlação.

3.2.4.1 Autocorrelação dos Erros Aleatórios

Para detecção de correlação entre os erros em diferentes observações são usados testes como Durbin-Watson (1950). Este teste é construído com base na suposição de que os erros possuem correlação de primeira ordem, que significa que o termo de erro do período atual correlaciona-se com o erro do período anterior.

As hipóteses do teste são definidas por

$H_0 : \rho = 0 \rightarrow$ não há autocorrelação entre os erros em instantes vizinhos

$H_1 : \rho \neq 0 \rightarrow$ há autocorrelação entre os erros em instantes vizinhos

onde ρ é o coeficiente de autocorrelação dado por $\rho = \epsilon_t - \epsilon_{t-1}$, variando entre -1 e 1.

A estatística do teste é dada por

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\epsilon}_t - \hat{\epsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\epsilon}_t^2} \quad (3.12)$$

Durbin e Watson tabularam os limites inferiores (dL) e os limites superiores (dS) para valores de n observações e k variáveis. No caso da estatística do teste resultar em $d < dL$, conclui-se que a covariância dos dados não é constante. Se $dL < d < dS$, o teste é inconclusivo e seriam necessárias observações adicionais.

3.2.4.2 Função de Autocovariância

A covariância definida em termos de valores defasados, denominada de autocovariância, mede o grau de variação de segunda ordem entre dois elementos em dois tempos diferentes. A Função de Autocovariância é definida por:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= Cov(Z_t, Z_{t+k}) \\ &= E[(Z_t - \mu_t)(Z_{t+k} - \mu_t)] \\ &= \sum_{t=1}^{t-k} \frac{1}{t-k} (Z_t - \mu_t)(Z_{t+k} - \mu_t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde $k = 1, 2, \dots, m < T$ é a defasagem e μ_t é a média.

3.2.4.3 Função de Autocorrelação

A Função de Autocorrelação (FAC ou ACF , em inglês) é aplicada para determinar se há autocorrelação serial e se os dados são independentes. Também pode ser utilizada para verificar a estacionariedade da série, como será visto em 3.2.4.5. Esta função é dada por:

$$\begin{aligned} \rho_k &= Corr(Z_t, Z_{t+k}) \\ &= \frac{Cov(Z_t, Z_{t+k})}{Var(Z_t)} \\ &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde

- $k = 1, 2, \dots, m < T$ é a defasagem;
- $\rho_0 = 1$;
- $\rho_{-k} = \rho_k$;
- $|\rho_k| \leq 1, \forall k \in \mathbb{Y}$;
- $\gamma_0 = \sigma^2$ é a variância.

3.2.4.4 Função de Autocorrelação Parcial

Também é importante analisar o comportamento da Função de Autocorrelação Parcial (*FACP* ou *PACF*, em inglês) para o processo de identificação do modelo. Tal função mede a correlação entre duas observações da série, Z_t e Z_{t-k} eliminando o efeito de dependência dos termos intermediários $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}$, e é denotada por

$$\phi_{kk} = \text{Cov}(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}), \quad (3.15)$$

onde $i = 1, \dots, k$, sendo ϕ_{ki} o i -ésimo coeficiente de um modelo AR(k) e ϕ_{kk} o último. Para encontrar a FACP de uma série estacionária, pode-se utilizar o método das equações de Yule (1927) - Walker (1930), a partir de $\rho_i = \phi_{ki}\rho_{i-1} + \phi_{k2}\rho_{i-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{i-k}$, dado na equação (3.16).

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \phi_{k3} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \vdots \\ \rho_k \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Resolvendo as equações para $k = 1, 2, 3, \dots$, de acordo com Morettin e Tolo (2006),

obtem-se

$$\phi_{11} = \rho_1, \quad (3.17)$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}, \quad (3.18)$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}, \quad (3.19)$$

e, em geral,

$$\phi_{kk} = \frac{|P_k^*|}{|P_k|}, \quad (3.20)$$

onde P_k é a matriz de autocorrelações e P_k^* é a matriz P_k com a última coluna substituída pelo vetor de autocorrelações. A quantidade ϕ_{kk} é chamada função de autocorrelação parcial.

3.2.4.5 Correlograma

Usualmente, os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial (*FAC* e *FACP*) da série são apresentados através de um gráfico chamado correlograma. Por meio deste, é possível analisar a aleatoriedade da série ou se ela possui tendência e/ou sazonalidade.

A não estacionariedade da série é evidenciada quando o correlograma possui lento decaimento das autocorrelações. Já o fator sazonal é percebido quando há um padrão na mesma frequência.

Como o coeficiente de correlação tem distribuição normal padrão, o intervalo de confiança da estimativa da média deste coeficiente, chamado de limite esperado, será dado por:

$$B = \pm z_{1-\alpha/2} \times \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (3.21)$$

onde n é o tamanho da amostra, z é a função quantil da distribuição normal padrão com $1 - \frac{\alpha}{2}$ de probabilidade e α é o nível de significância. Logo, ao nível de significância de

5%, adotado neste projeto, tem-se

$$B = \pm \frac{1,96}{\sqrt{n}} \quad (3.22)$$

Na Figura 6 o correlograma é exemplificado. O eixo horizontal do gráfico indica a defasagem, o vertical a autocorrelação e a linha tracejada marca onde a autocorrelação é significativamente diferente de zero. É possível verificar então que o índice de defasagem do exemplo é baixo e que quase todos os valores permanecem dentro do limite esperado ao longo das defasagens, ou seja, a autocorrelação é zero, indicando aleatoriedade da série.

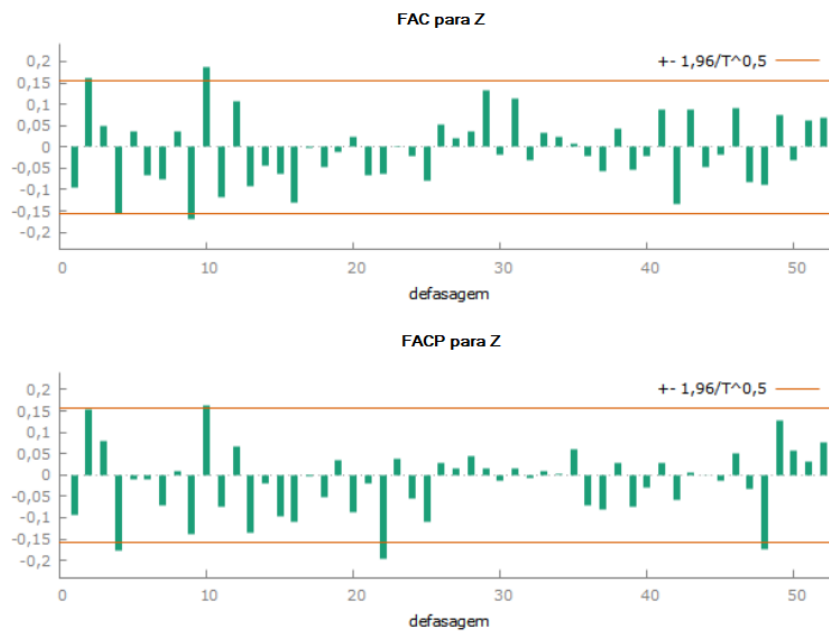


Figura 6: Exemplo de correlograma para série aleatória
Fonte: Elaboração Própria

Em um segundo exemplo de correlograma mostrado na Figura 7, é possível verificar que o índice de defasagem é alto, e possivelmente há uma tendência linear decrescente na série. A tendência linear tem ligação direta com a não estacionariedade, pois os momentos até a segunda ordem (média e variância) não se mantêm constantes ao longo do tempo. Com isso, pode-se dizer que uma série com a FAC em decaimento lento é não estacionária.

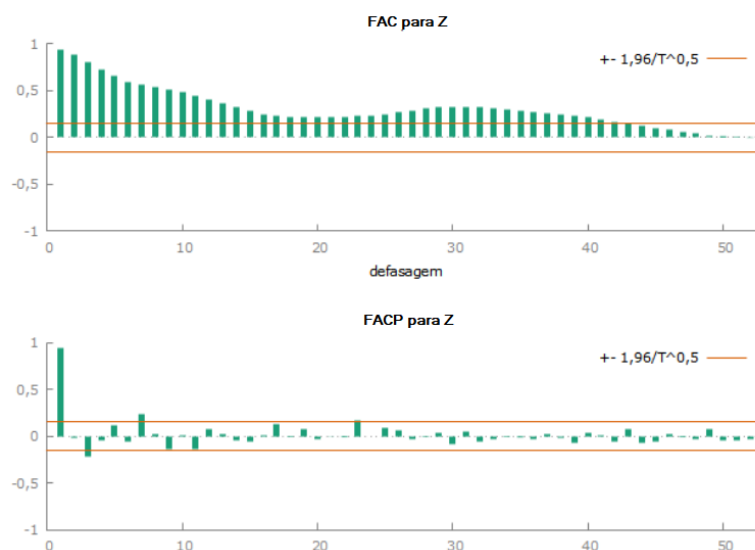


Figura 7: Exemplo de correlograma para série com tendência linear

Fonte: Elaboração Própria

3.3 Modelos de Previsão

Partindo dos principais objetivos da análise de uma série temporal, a maioria dos métodos preditivos baseia-se em que as observações passadas contém informações sobre o padrão comportamental da série. A finalidade dos métodos é especificar a semelhança de possíveis ruídos presentes nas observações para então utilizar o modelo para fazer previsões de valores futuros da série (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Essa seção apresentará os modelos de amortecimento exponencial de Holt-Winters e de Box & Jenkins.

3.3.1 Modelos de Holt-Winters

O método de Holt-Winters é uma extensão do modelo de Holt (1957) sugerida por Winters (1960), ambos profissionais da *School of Industrial Administration* em *Carnegie Institute of Technology*. Também conhecido como método de amortecimento exponencial tripla, esse algoritmo descreve apropriadamente os dados quando há a necessidade de calcular previsões em séries temporais que possuem tendência linear e sazonalidade (PELLEGRINE; FOLIATTO, 2000). A simplicidade, baixo custo de operação, precisão das previsões, importância dada a observações e capacidade de ajustamento rápido são os principais benefícios da aplicação desse modelo.

Tal método usa médias móveis ponderadas exponencialmente, onde as observações

mais recentes recebem pesos maiores para corrigir as estimativas da média ajustada (denominada nível), tendência e sazonalidade (MORETTIN; TOLOI, 2006). Os procedimentos do método são baseados nas equações de amortecimento supracitadas. Este método também é dividido em dois grupos, quanto a sua sazonalidade.

3.3.1.1 Modelo Aditivo

O método de Holt-Winters para efeitos sazonais aditivos é adotado na modelagem de dados cuja amplitude da sazonalidade é constante para todo o intervalo de tempo. As equações básicas do modelo estão definidas na Tabela 1,

Tabela 1: Equações do Modelo Aditivo de Holt-Winters

Modelo	$Z_t = L_t + T_t + S_t + \epsilon_t$
Nível	$\hat{L}_t = \alpha(Z_t - S_{t-12}) + (1 - \alpha) \times (L_{t-1} + T_{t-1})$
Tendência	$\hat{T}_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) \times T_{t-1}$
Sazonalidade	$\hat{S}_t = \gamma(Z_t - L_t) + (1 - \gamma) \times S_{t-12}$
Previsão	$\hat{Z}_{t+m} = (\hat{L}_t + \hat{T}_t + m) + \hat{S}_{t-12+m}$

em que assume-se as seguintes notações:

- Z_t : valor observado;
- L_t : nível da série no instante t ;
- T_t : tendência da série no instante t ;
- S_t : fator sazonal no instante t ;
- ϵ_t : ruído branco no instante t ;
- \hat{Z}_{t+m} : previsão m passos à frente;
- \hat{L}_t , \hat{T}_t e \hat{S}_t : valores estimados do nível, da tendência e do fator sazonal, respectivamente;
- α, β, γ : parâmetros de amortecimento do nível, da tendência e dos fatores sazonais, respectivamente.

3.3.1.2 Modelo Multiplicativo

O método de Holt-Winters para efeitos sazonais multiplicativos é adotado para modelagem de dados cujas oscilações sazonais variam proporcionalmente com o passar do tempo. As equações deste modelos estão apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2: Equações do Modelo Multiplicativo de Holt-Winters

Modelo	$Z_t = (L_t + T_t t) \times S_t + \epsilon_t$
Nível	$\hat{L}_t = \alpha \frac{Z_t}{S_{t-12}} + (1 - \alpha) \times (L_{t-1} + T_{t-1})$
Tendência	$\hat{T}_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) \times T_{t-1}$
Sazonalidade	$\hat{S}_t = \gamma \frac{Z_t}{L_t} + (1 - \gamma) \times S_{t-12}$
Previsão	$\hat{Z}_{t+m} = (\hat{L}_t + \hat{T}_t + m) \times \hat{S}_{t-12+m}$

na qual assume-se asseguintes notações:

- Z_t : valor observado;
- L_t : nível da série no instante t ;
- T_t : tendência da série no instante t ;
- S_t : fator sazonal no instante t ;
- ϵ_t : ruído branco no instante t ;
- \hat{Z}_{t+m} : previsão m passos à frente;
- $\hat{L}_t, \hat{T}_t e \hat{S}_t$: valores estimados do nível, da tendência e do fator sazonal, respectivamente;
- α, β, γ : parâmetros de amortecimento do nível, da tendência e dos fatores sazonais, respectivamente.

3.3.2 Modelos de Box & Jenkins

A metodologia de Box & Jenkins está baseada nos valores passados e nos termos de erros estocásticos através da identificação, checagem de diagnóstico e previsão de uma série temporal estacionária. Conhecido como *ARIMA* (*Autoregressive Integrated Moving Average*, em português Autorregressivos Integrados de Médias Móveis), são modelos que captam o comportamento da função de autocorrelação (*FAC*) e autocorrelação parcial (*FACP*) para realização de previsões. Os ditos modelos são compostos pelo componente

autorregressivo (*AR*), pelo filtro de integração (*I*) e pelo componente de médias móveis (*MA*), podendo a série ser modelada pelos três componentes citados ou apenas um subconjunto deles.

Algumas qualidades necessitam ser atendidas para aplicação do modelo ARIMA, como estacionariedade, normalidade e homocedasticidade, brevemente descritas na Seção 3.2 deste estudo. Considera-se, também, ϵ_t como erro puramente aleatório.

3.3.2.1 Modelo Autoregressivo - *AR*(*p*)

Um modelo autoregressivo de ordem p é aquele em que a série temporal de dados Z_t é descrita por uma combinação finita de valores passados e pelo ruído ϵ_t , ou seja,

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \epsilon_t \quad (3.23)$$

onde ϕ_1, \dots, ϕ_p são os parâmetros desconhecidos do modelo.

O modelo (3.23) pode ser reescrito utilizando o operador de defasagem (também chamado de retardo) B , definido na equação (3.5), da forma

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Z_t &= \epsilon_t \\ \phi_p(B) Z_t &= \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.24)$$

3.3.2.2 Modelo de Médias Móveis - *MA*(*q*)

Em um modelo de médias móveis de ordem q , a série temporal resulta da combinação linear de diferenças entre o ruído branco do período corrente e aqueles ocorridos em períodos anteriores. O processo é descrito pela equação (3.25), onde $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ são os parâmetros desconhecidos do modelo.

$$Z_t = \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (3.25)$$

É comprovado que um modelo de médias móveis sempre será estacionário. Então, em termos do operador de defasagem descrito na equação (3.5), reescreve-se a equação (3.25) como

$$\begin{aligned} Z_t &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \epsilon_t \\ Z_t &= \theta_q(B) \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.3.2.3 Modelo Autorregressivo e de Médias Móveis - $ARMA(p, q)$

A aplicação combinada de modelos autorregressivos (AR) e de médias móveis (MA) é denotada modelo $ARMA(p, q)$ de ordem de autoregressão p e ordem de médias móveis q , e é representada pela equação (3.27), onde ϕ_1, \dots, ϕ_p e $\theta_1, \dots, \theta_q$ são os coeficientes reais.

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q} \quad (3.27)$$

Sabendo que $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são os operadores dos modelos autorregressivos e de médias móveis, descritos em (3.23) e (3.25), respectivamente, reescreve-se a equação ARMA (3.27) como:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Z_t &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \epsilon_t \\ \phi(B) Z_t &= \theta(B) \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.28)$$

Os modelos AR , MA e $ARMA$ são, de acordo com Ehlers (2005), suficientes para descrição e previsão de séries temporais estacionárias. No caso dos valores de θ estarem fora do círculo unitário ($\theta(B) = 0$), o modelo será invertível.

3.3.2.4 Modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis - $ARIMA(p, d, q)$

Grande parte das análises estatísticas supõe que as séries temporais sejam estacionárias. Caso a série em questão não seja estacionária, será necessário transformá-la, como visto na Subseção 3.2.1. O número de diferenças necessárias até a obtenção da estacionaridade é chamado ordem de integração (d).

Considerando a tendência da série temporal, um modelo autorregressivo integrado de média móvel, chamado $ARIMA$ de ordem autorregressiva p , ordem de integração d e q termos de média móvel, pode ser representado por

$$\begin{aligned} Z_t &= \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q} \\ \phi(B) W_t &= \theta(B) \epsilon_t \\ \phi(B)(1 - B)^d Z_t &= \theta(B) \epsilon_t \end{aligned} \quad (3.29)$$

onde $W_t = \Delta^d Z_t$, com base na equação de diferença geral (3.3), e $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são operadores de defasagem.

3.3.2.5 Modelo Sazonal Autorregressivo Integrado de Médias Móveis - $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$

Considerando a componente de sazonalidade de uma série temporal, o modelo $SARIMA$ é uma extensão do modelo $ARIMA(p, d, q)$, representado por:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)\Delta^d\Delta_s^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\epsilon_t \quad (3.30)$$

onde

- B : operador da defasagem, definido em 3.5;
- $\phi_p(B)$: polinômio do operador de autoregressão (AR) de ordem p , definido em (3.24);
- $\Phi_P(B^s)$ polinômio do operador de AR sazonal de ordem P e periodicidade $s = 12$;
- d : número de diferenças para tornar a série estacionária;
- D : número de diferenças sazonais para tornar a série estacionária;
- Δ^d : operador da diferença geral de ordem d , definido em 3.3;
- Δ_s^D : operador da diferença sazonal de ordem D e periodicidade $s = 12$;
- $\theta_q(B)$: polinômio do operador de médias móveis (MA) de ordem q , definido em (3.26);
- $\Theta_Q(B^s)$: polinômio do operador de MA sazonal de ordem Q e periodicidade $s = 12$;
- ϵ_t : ruído branco da série, definido em (3.2.1.1).

Em geral, segundo Morettin e Tolo (2006), os valores de d e D não são superiores a 1 e um número pequeno de coeficientes será suficiente para descrever o comportamento da série temporal analisada.

3.3.2.6 Ciclo Interativo

A construção dos modelos de Box & Jenkins é feita com base em um ciclo interativo cujas etapas são a especificação (quando uma classe geral de modelos é considerada para análise), identificação (identificar um modelo baseado nas análises de autocorrelações e outros critérios), estimação (quando os parâmetros do modelo identificado são estimados e testados para obter os coeficientes que melhor o representam), diagnóstico (avaliar se

o modelo ajustado é adequado para os fins de previsão através da análise residual) e previsão (faz-se a previsão de valores futuros da série).

Caso o modelo encontrado não seja adequado, o algoritmo é repetido, partindo da etapa de identificação em diante, até se fazer um modelo adequado. Vários tipos de métodos existem para identificação de um modelo e, por isso, é possível identificar diferentes modelos dependendo do critério escolhido anteriormente. Tratando do escopo de previsão, o modo como o modelo será determinado é feito através das estatísticas de aderência. Será considerado o modelo mais adequado aquele que minimize estas estatísticas.

● Especificação do Modelo

No primeiro passo para execução de um modelo de Box & Jenkins, deve-se verificar a necessidade de transformação da série temporal original. De forma descritiva, através dos gráficos de séries temporais, a análise é feita com o intuito de estabilizar a variância. É preciso, após, analisar se a série é estacionária, com base no que foi explicado na Subseção 3.2.1. Em caso negativo, a série será diferenciada até a obtenção de uma série estacionária, através da equação (3.3).

● Identificação do Modelo

O processo de identificação pode ser dividido em três etapas:

I. Verificar se alguma transformação na série original é necessária, caso o gráfico sugira ausência de normalidade ou de homocedasticidade. Em caso de séries não lineares, são realizadas transformações logarítmicas ou de Box Cox (3.31).

$$Z_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{Z_t^\lambda - c}{\lambda} & , \text{ se } \lambda \neq 0 \\ \log Z_t & , \text{ se } \lambda = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

sendo λ e c parâmetros a serem arbitrados.

II. Verificar se a suposição de estacionariedade é satisfeita na série, com base nos testes mostrados na Seção 3.2.1.

III. Identificar as estruturas a partir das funções autocorrelação (*FAC*) e autocorrelação parcial (*FACP*), apresentadas na Seção 3.2.4. A Tabela 3 apresenta as características das funções para os modelos explicados anteriormente.

O número de significâncias p na *FACP* representa a ordem de autorregressão e o número de significâncias q na *FAC* representa a ordem de médias móveis. Para as ordens

Tabela 3: Comportamento da FAC e da FACP nos Modelos

	Autocorrelação (<i>FAC</i>)	Autocorrelação Parcial (<i>FACP</i>)
Série Aleatória	0	0
<i>AR</i> (<i>p</i>)	Decai exponencialmente	Corte brusco após a defasagem <i>p</i>
<i>MA</i> (<i>q</i>)	Corte brusco após a defasagem <i>q</i>	Decai exponencialmente
<i>ARMA</i> (<i>p, q</i>)	Decai exponencialmente após a defasagem (<i>q - p</i>)	Decai exponencialmente após a defasagem (<i>p - q</i>)

sazonais *P* e *Q* do modelo *SARIMA*, as mesmas descrições são apresentadas, no entanto com base na sazonalidade da série temporal.

O decaimento exponencial lento da *FAC* ou *FACP* propõe uma ou mais diferenciações. Consequentemente, a cada transformação dos dados, haverá uma nova estimativa para as funções e reinicia a etapa de identificação.

• Estimação do Modelo

As estimativas para os coeficientes ϕ e θ são extraídas na etapa de estimação através de métodos como o dos momentos, da máxima verossimilhança e estimação não linear.

Dado um modelo linear $Z_t = x'_t b_0 + \epsilon_t$, onde (y_t, x'_t) são considerados independentes e identicamente distribuídos, a função de máxima verossimilhança exata é dada por:

$$\begin{aligned}
 L(y|x, \sigma) &= \prod f_{Y_t|X_t}(y_t|x_t, \sigma) \\
 &= \prod (\sigma^2 2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(y_t - x'_t b_0)^2\right) \\
 &= (\sigma^2 2\pi)^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (y_t - x'_t b_0)^2\right)
 \end{aligned}$$

O **diagnóstico do modelo** e a **previsão** serão apresentadas formalmente nas Seções 3.3.4 e 3.3.5, respectivamente.

3.3.3 Estatísticas de Aderência

A escolha do modelo de previsão é feita utilizando uma medida de erro com a finalidade de encontrar aquele que minimiza as estatísticas de aderência. Um conjunto de modelos são ajustados para os dados e os critérios para comparação de modelos estimam a capacidade preditiva de cada modelo em relação aos outros. No entanto, estes não

avaliam a qualidade absoluta, apenas a qualidade quando comparado aos outros modelos. Como estatísticas de aderência, podemos destacar:

3.3.3.1 Critério de Informação Bayesiano (*BIC - Bayesian Information Criterion*)

O critério de informação Bayesiano aumenta conforme a soma dos quadrados dos resíduos (SQE) aumenta e penaliza modelos com muitas variáveis.

$$BIC = -2\log(L_p) + [(p + 1) + 1]\log(n_i) \quad (3.32)$$

onde n_i , com $i = 1, 2$, é o tamanho dos subconjuntos da amostra definidos na Seção (3.1).

Modelos com mais variáveis tendem a apresentar SQE menor porém usam mais parâmetros. Os menores valores do BIC são preferíveis e a melhor escolha é balancear o ajuste com a quantidade de variáveis.

3.3.3.2 Erro Quadrático Médio (*MSE - Mean Squared Error*)

Essa estatística busca avaliar a diferença entre o valor observado e o valor ajustado. Como trata de maneira quadrática, os valores obtidos serão positivos, e quanto menores, melhor a qualidade do ajuste.

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n i(z_t - \hat{z}_t)^2}{n_i} \quad (3.33)$$

onde z_t é o valor observado e \hat{z}_t é o valor ajustado.

3.3.3.3 Erro Percentual Absoluto Médio (*MAPE - Mean Absolute Percentage Error*)

Quando os valores ajustados pelo modelo diferem, em termos percentuais, é apresentado pelo erro médio percentual absoluto dos valores observados na série. Variando de 0 a 100%, quanto menor o percentual da estatística, melhor o resultado.

$$MAPE = \frac{100}{n_i} \sum_{t=1}^{n_i} \left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right| \quad (3.34)$$

3.3.3.4 Desvio Absoluto Médio (*MAD - Mean Absolute Deviation*)

A diferença absoluta média entre os valores ajustados e os valores reais, considerando a média dos desvios, é dada pelo desvio médio absoluto definido como

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^{n_i} |z_t - \hat{z}_t|}{n_i} \quad (3.35)$$

3.3.3.5 Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio (*RMSE - Root Mean Squared Error*)

Assim como o erro quadrático médio, sua raiz quadrada é uma medida de magnitude com apenas valores positivos, que quanto menores, melhor a qualidade do ajuste.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n_i} (z_t - \hat{z}_t)^2}{n_i}} \quad (3.36)$$

3.3.3.6 Coeficiente de Determinação R^2

Para medir o quanto o modelo ajustado representa os dados observados é adotado o coeficiente de determinação R^2 , que avalia como a proporção da variável resposta Z_t é explicada pelo modelo.

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{SQReg}{SQT} \\ &= 1 - \frac{SQRes}{SQT} \\ &= 1 - \frac{\sum_{t=1}^{n_i} (z_t - \hat{z}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n_i} (z_t - \bar{z}_t)^2} \end{aligned} \quad (3.37)$$

O coeficiente R^2 assume valores entre 0 e 1 (representado em forma de porcentagem, $0\% \leq R^2 \leq 100\%$), de modo que, quanto mais próximo R^2 estiver de 1 (ou 100%), mais explicativo é o modelo, conseqüentemente melhor ajustado.

3.3.4 Análise dos Resíduos

Um resíduo é a diferença entre a observação e os valores ajustados. Assim, considerando um modelo de série temporal onde ϵ_t é o ruído branco, espera-se que o estimador $\hat{\epsilon}_t$ possua também as características de um ruído branco, definidas previamente na Subseção 3.2.1.1.

São utilizados os testes já mencionados na Subseção 3.2.2 para testar a normalidade, e a verificação se os resíduos são não correlacionados é feita através do correlograma (Subseção 3.2.4.5) dos resíduos ou por teste de independência, como os testes BDS (BROCK; DECHERT; SCHEINKMAN, 1987) e Box-Pierce (1970). Na ocasião, todas as defasagens precisam apresentar autocorrelação não significativa, ou seja, todos os valores devem estar dentro do limite esperado do intervalo de confiança.

A Figura 8 ilustra um exemplo de correlograma dos resíduos. As linhas tracejadas representam o limite esperado do intervalo. Pode-se perceber que os resíduos estão aleatoriamente distribuídos em torno de zero e os coeficientes de correlação estão dentro do intervalo de confiança, característica de um ruído branco.

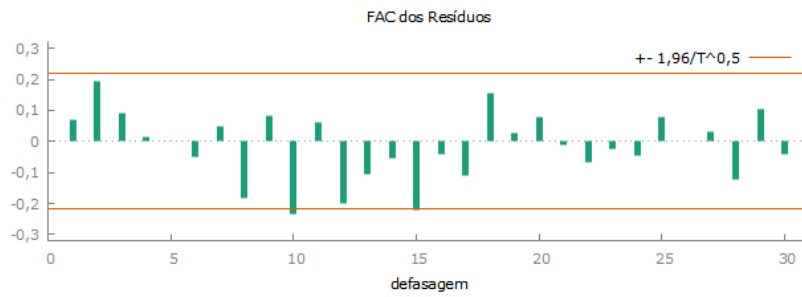


Figura 8: Exemplo de correlograma dos resíduos
Fonte: Elaboração Própria

3.3.4.1 Testes de Independência

1. Teste BDS

O teste indica a presença de qualquer estrutura, seja ela linear ou não, que esteja presente nos dados. Consiste na avaliação da estatística $W_m(\epsilon)$ baseada na integral de correlação $C_m(\epsilon)$.

$$W_m(\epsilon) = \sqrt{N} \frac{T_m(\epsilon)}{\sigma_m(\epsilon)} \quad (3.38)$$

, onde

- $T_m(\epsilon) = C_m(\epsilon) - C_1(\epsilon)^m$;
- $C_m(\epsilon) = C_1(\epsilon)^m$;
- σ_m é a variância e
- N é o número de observações.

Tal estatística é definida como a diferença normalizada entre integral de correlação da série imersa em m e a mesma integral imersa em uma dimensão unitária. A distribuição de $W_m(\epsilon)$ é normal, tem média zero e variância unitária para séries independentes e identicamente distribuídas. As hipóteses adotadas para testar a estatística são:

H_0 : os resíduos são independentes e identicamente distribuídos

H_1 : há dependência linear ou não linear nos resíduos

Assim, caso o módulo de $W_m(\epsilon)$ seja maior que 1,96, rejeita-se a hipótese de independência ao nível de significância de 5%.

2. Teste Box-Pierce

A estatística Q definida na equação a seguir, calculada pelo teste de Box-Pierce, verifica se o conjunto de autocorrelações residuais é estatisticamente diferente de zero. Se o modelo for adequado, a estatística Q terá distribuição aproximadamente qui-quadrado com $K - p - q$ graus de liberdade.

$$Q = n \sum_{k=1}^K \rho_k^2 \quad (3.39)$$

, onde

- K é o número de defasagens (comumente adotado entre 15 e 30);
- p é a ordem do modelo autorregressivo;
- q é a ordem do modelo de médias móveis;
- ρ é o coeficiente de autocorrelação dos erros.

Com base em Ehlers (2005), valores grandes de Q favorecem a hipótese de que pelo menos uma das autocorrelações difere de zero. As hipóteses a serem testadas são:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0 \rightarrow$ o erro é um ruído branco;

H_1 : $\rho_k \neq 0 \rightarrow$ o erro não é um ruído branco.

No entanto, a estatística de Box-Pierce foi posteriormente modificada por não apresentar um bom desempenho em amostras pequenas, aplicando-se então a estatística de Box-Ljung (1978), aproximadamente qui-quadrado com $K - p - q$ graus de liberdade.

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\rho_k^2}{n-k} \quad (3.40)$$

Ambas as estatísticas possuem distribuição χ^2 (qui-quadrado) e conclui-se que o modelo está bem ajustado e seu resíduo não é correlacionado quando a hipótese nula não é rejeitada ($Q < \chi_m^2$, onde χ_m^2 representa o quantil da distribuição qui-quadrado com m graus de liberdade para o nível de significância).

3.3.5 Previsão

Após realizadas as etapas anteriores do ciclo interativo, são feitas as previsões da série temporal, com intuito de prever um valor Z_{t+h} , para $h = 1, \dots, 12$, supondo conhecidas todas as observações até o tempo t . De tal maneira, a previsão da variável é obtida através da sua esperança condicional, como mostrado na equação abaixo, de origem t e horizonte h .

$$\hat{Z}_{t+h} = E(Z_{t+h} | z_t, z_{t-1}, \dots, z_1) \quad (3.41)$$

Costuma-se separar o conjunto de dados observados em dois subconjuntos, sendo um destes usado para ajustar o modelo e realizar previsões para os instantes do outro. Posteriormente, as previsões realizadas são comparadas para avaliar a capacidade preditiva. O erro de previsão é dado pela diferença entre os valores previstos e os reais.

$$\epsilon_{t+h} = z_{t+h} - \hat{z}_{t+h} \quad (3.42)$$

As previsões para os modelos *ARIMA* podem ser obtidas pela própria equação do modelo, substituindo os valores futuros Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots pela esperança condicional de Z_{t+h} , os valores futuros dos resíduos por zero e os valores passados de Z e ϵ pelos valores observados.

Em termos diretos da diferença, a previsão será

$$\hat{z}_{t+h} = \phi_1 z_{t-1+h} + \dots + \phi_{p+d} z_{t-p-d+h} - \theta_1 \epsilon_{t-1+h} - \dots - \theta_q \epsilon_{t-q+h} + \epsilon_{t+h} \quad (3.43)$$

podendo ser separada para o modelo autoregressivo (*AR*),

$$\hat{z}_t(p+1) = \phi_1 \hat{z}_t(p) + \dots + \phi_p \hat{z}_t(1) \quad (3.44)$$

e para o modelo de médias móveis (*MA*)

$$\begin{aligned}\hat{z}_t(1) &= \theta_1 + \dots + \theta_q \epsilon_{t+1-q} \\ &\vdots \\ \hat{z}_t(q) &= \theta_q \epsilon_t \\ \hat{z}_t(q+d) &= 0\end{aligned}\tag{3.45}$$

Feitas as previsões e a checagem dos ruídos brancos, constrói-se um intervalo de confiança para as previsões. A distribuição condicional de Z_{t+h} será $N(\hat{Z}_{t+h}, Var(h))$. Assim,

$$U := \frac{Z_{t+h} - \hat{Z}_{t+h}}{\sqrt{Var(h)}} \sim N(0, 1).$$

Como a variância de h é desconhecida, seu valor é substituído pela estimativa σ_ϵ^2 , encontrada durante a estimação do modelo. Fixando o coeficiente de confiança λ e encontrando u_λ , tal que $P(-u_\lambda < U < u_\lambda) = \lambda$, o intervalo de confiança para Z_{t+h} será dado por

$$\hat{z}_{t+h} \pm u_\lambda \hat{\sigma}_\epsilon.$$

3.4 Metodologia

Os objetivos principais deste trabalho foram apresentados no Capítulo 1. A Figura 9 ilustra o processo a ser realizado por meio de um fluxograma. Na ocasião deste projeto, será utilizada uma série original de demanda de energia elétrica para modelagem via Holt-Winters e Box & Jenkins, com base nas análises das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Em seguida, serão usadas estatísticas de aderência como MAPE, RMSE e MADE, além do critério de informação Bayesiana (*BIC*) e coeficiente de determinação (R^2) para comparação dos resultados obtidos e escolha do modelo mais adequado. Por fim, realiza-se a análise dos resíduos no modelo escolhido para, então, gerar previsões.

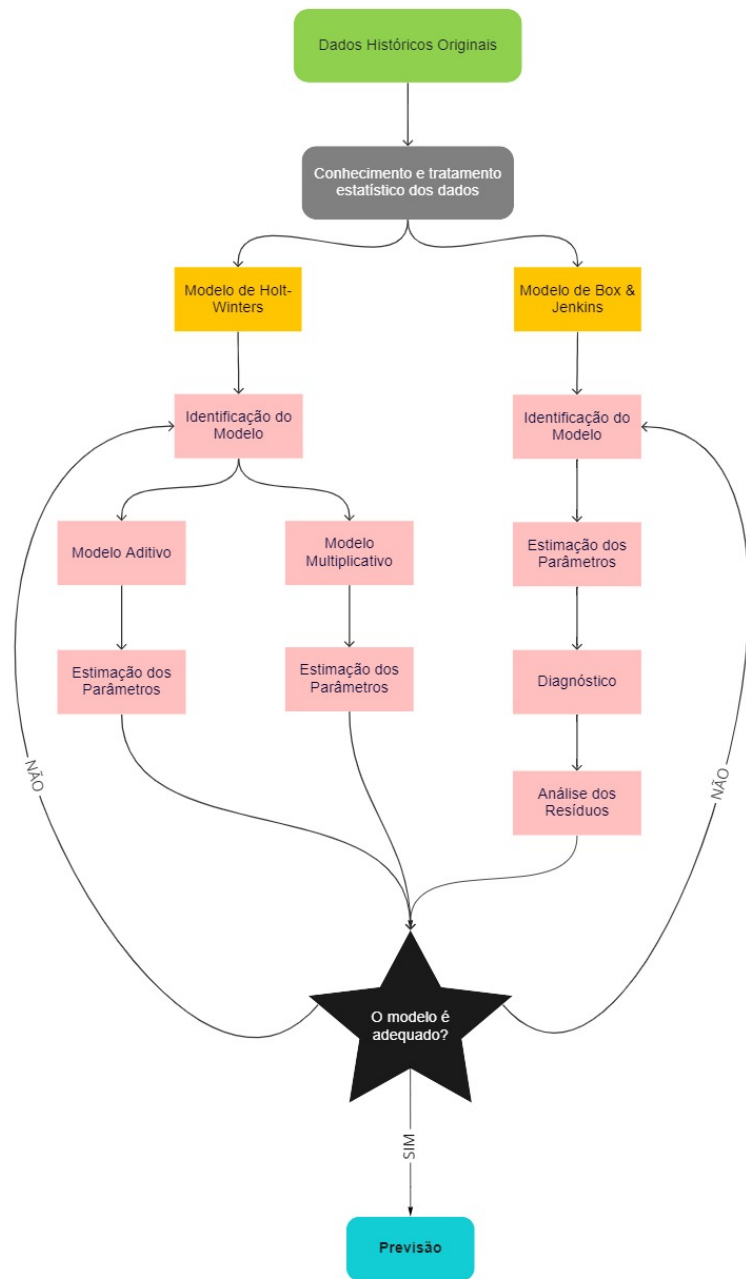


Figura 9: Resumo da metodologia de análise de séries temporais
 Fonte: Elaboração Própria

Capítulo 4

Análise dos Resultados

Neste capítulo serão apresentadas as análises obtidas através dos resultados fornecidos utilizando os softwares Microsoft Excel, R (TEAM, 2014), FPW e GRETL. Foi adotado o nível de significância de 5% em todos os testes executados.

4.1 Análise Descritiva

Algumas medidas estatísticas descritivas da base de dados original são apresentadas na Tabela 4. A maior demanda do período analisado foi medida no mês de Janeiro de 2019, podendo ser justificada pelo aumento das tecnologias no decorrer dos anos e o verão brasileiro, indicado anteriormente como possível fator de sazonalidade. Por outro lado, a menor demanda foi medida no mês de Abril de 2020, podendo ser explicada pelo fim do verão brasileiro e, também, pelo isolamento social e crise sanitária e econômica causada pela pandemia do vírus da Covid-19.

Tabela 4: Medidas descritivas da série original de demanda de energia do subsistema Sudeste/Centro-Oeste (jan/2011-dez/2020)

Estatística Descritiva	Demanda (MWMed)
Média	41.973,68
Mediana	41.650,62
Desvio Padrão	1.769,32
Máximo	47.868,62
Mínimo	39.286,23
Amplitude Total	8.582,38

Fonte: Elaboração Própria

Na Tabela 5 calculou-se a variação percentual de cada ano observado em relação ao

ano anterior. Como o ano de 2010 não faz parte da amostra, a variação entre o mesmo e o ano de 2011 não foi considerada. Pode-se perceber que o ano de 2014 apresentou o maior aumento percentual na demanda de energia elétrica, sendo 4,37% superior àquela auferida em 2013, que, por sua vez, teve a maior queda percentual em relação ao ano anterior (-1,91%). A variação entre o primeiro ano observado e o último foi de 5,83%.

Tabela 5: Variação percentual ano a ano da demanda de energia do subsistema Sudeste/Centro-Oeste (jan/2011-dez/2020)

Ano	Variação (%)
2011	-
2012	2,89
2013	-1,91
2014	4,37
2015	-1,78
2016	-1,21
2017	1,58
2018	0,88
2019	1,47
2020	-0,42

Fonte: Elaboração Própria

4.2 Modelagem de Séries Temporais

Para as modelagens de Holt-Winters foi utilizado o programa FPW e as estatísticas de aderência e a análise dos resíduos. Já nas modelagens de Box & Jenkins, os testes de normalidade e estacionariedade e as análises dos correlogramas foram feitos a partir do GRETL, sendo o FPW utilizado para suas modelagens, estatísticas de aderência e análise dos resíduos.

Como dito na Seção 3.1, a base de dados em estudo é uma série temporal de demanda média mensal de energia elétrica ao longo do tempo t , de modo que as observações são dependentes, indicando que eventos passados podem influenciar em eventos futuros.

4.2.1 Modelagem de Holt-Winters

Na modelagem de Holt-Winters são ajustados modelos com ou sem tendência linear e com ou sem sazonalidade, que pode ser aditiva ou multiplicativa. Para estes modelos, não serão necessários testes prévios iniciais. A Tabela 6 apresenta os ajustes dos modelos

citados com as estimativas do nível, da tendência e do fator sazonal. Todas as estimações dos ajustes foram feitas através do método da máxima verossimilhança.

Tabela 6: Estimativas dos parâmetros dos modelos de Holt-Winters (amostra original)

Modelo Holt-Winters	Nível	Tendência	Sazonalidade
Sem Tendência e Sem Sazonalidade	0,9900	-	-
Sem Tendência e Com Sazonalidade Aditiva	0,3845	-	0,3598
Sem Tendência e Com Sazonalidade Multiplicativa	0,3815	-	0,3615
Com Tendência e Sem Sazonalidade	0,9736	0,0000	-
Com Tendência e Com Sazonalidade Aditiva	0,3805	0,0028	0,3558
Com Tendência e Com Sazonalidade Multiplicativa	0,3738	0,0029	0,3567

Fonte: Elaboração Própria

Para melhor compreensão nas tabelas, os modelos foram nomeados com os seguintes códigos:

- HW01 = Sem Tendência e Sem Sazonalidade
- HW02 = Sem Tendência e Com Sazonalidade Aditiva
- HW03 = Sem Tendência e Com Sazonalidade Multiplicativa
- HW04 = Com Tendência e Sem Sazonalidade
- HW05 = Com Tendência e Com Sazonalidade Aditiva
- HW06 = Com Tendência e Com Sazonalidade Multiplicativa

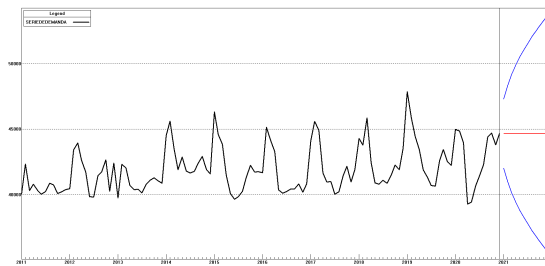
Na Tabela 7 são apresentadas as estatísticas de aderência para os modelos de Holt-Winters com a série original de demanda. Nota-se que o modelo com tendência e com sazonalidade multiplicativa apresentou menores estatísticas de aderência e maior coeficiente de determinação (R^2).

Tabela 7: Estatísticas de Aderência dos Modelos de Holt-Winters (amostra original)

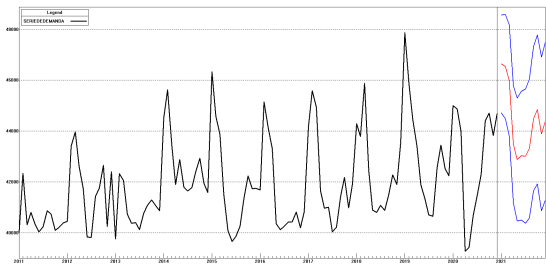
Modelo Holt-Winters	MAPE	MAD	RMSE	BIC	R^2
HW01	0,0254	1083	1510	1541	0,2654
HW02	0,0204	862,9	1120	1166	0,5958
HW03	0,0203	859,7	1119	1165	0,5964
HW04	0,0254	1084	1510	1572	0,2652
HW05	0,0204	862,2	1119	1188	0,5972
HW06	0,0203	859,4	1118	1187	0,5972

Fonte: Elaboração Própria

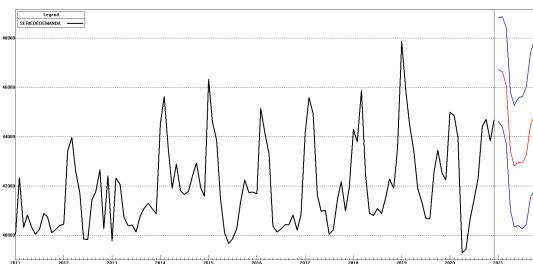
Os gráficos com ajuste e previsão de cada um dos modelos apresentados nas tabelas estão ilustrados na Figura 10. As linhas pretas representam a série original, as vermelhas a previsão dos modelos e as azuis os intervalos de confiança. Nota-se que os modelos sem sazonalidade apresentaram previsão constante para o período. O modelo com tendência e sem sazonalidade apresentou estimativa para tendência muito próxima de zero, o que é ilustrado no gráfico com uma reta constante de previsão.



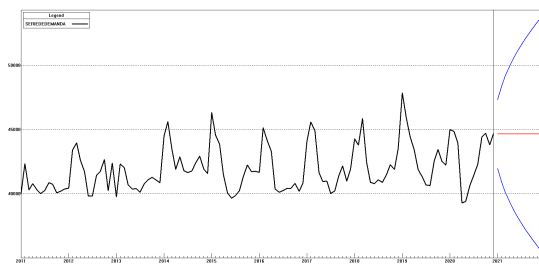
(a) HW01



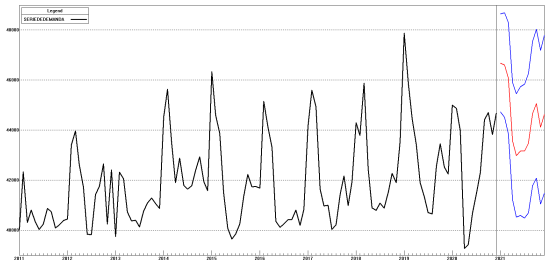
(b) HW02



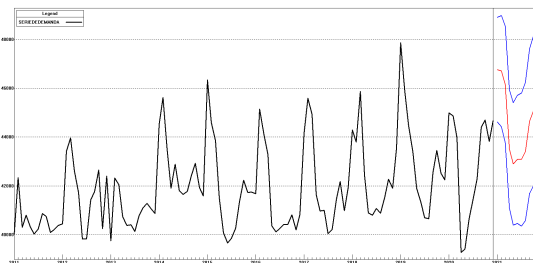
(c) HW03



(d) HW04



(e) HW05



(f) HW06

Figura 10: Ajuste e previsão dos modelos de Holt-Winters (amostra original)

Fonte: Elaboração Própria

Para corroborar na escolha e previsão do modelo, são feitas análises considerando os dados do período $n_1 = 108$ meses, de janeiro de 2011 a dezembro de 2019, chamado amostra treino, separando os 12 meses finais da série original para análise teste. A Tabela 8 apresenta as estimativas do nível, da tendência linear e do fator sazonal dos ajustes dos seis modelos citados anteriormente.

Tabela 8: Estimativas dos parâmetros dos modelos de Holt-Winters (amostra treino)

Modelo Holt-Winters	Nível	Tendência	Sazonalidade
HW01	0,9563	-	-
HW02	0,2213	-	0,2910
HW03	0,2204	-	0,2904
HW04	0,9571	0,0000	-
HW05	0,2048	0,0044	0,2857
HW06	0,2032	0,0048	0,2876

Fonte: Elaboração Própria

Na Tabela 9 são apresentadas as estatísticas de aderência para os modelos de Holt-Winters com a série original de demanda, na amostra treino. Confirma-se que o modelo com tendência e com sazonalidade multiplicativa apresentou menores estatísticas de aderência e maior coeficiente de determinação, sendo este qualificado como o melhor ajustado entre os modelos de Holt-Winters.

Tabela 9: Estatísticas de aderência dos modelos de Holt-Winters (amostra treino)

Modelo Holt-Winters	MAPE	MAD	RMSE	BIC	R^2
HW01	0,0249	1062	1472	1504	0,2449
HW02	0,0194	825,1	1087	1135	0,5884
HW03	0,0194	822,1	1085	1133	0,5897
HW04	0,0249	1062	1472	1537	0,2449
HW05	0,0194	823	1086	1158	0,5894
HW06	0,0193	819,9	1084	1156	0,5910

Fonte: Elaboração Própria

A Figura 11 ilustra os gráficos com ajuste e previsão de cada modelo ajustado na amostra treino. As linhas pretas, vermelhas e azuis representam a série original, a previsão dos modelos e os intervalos de confiança, respectivamente.

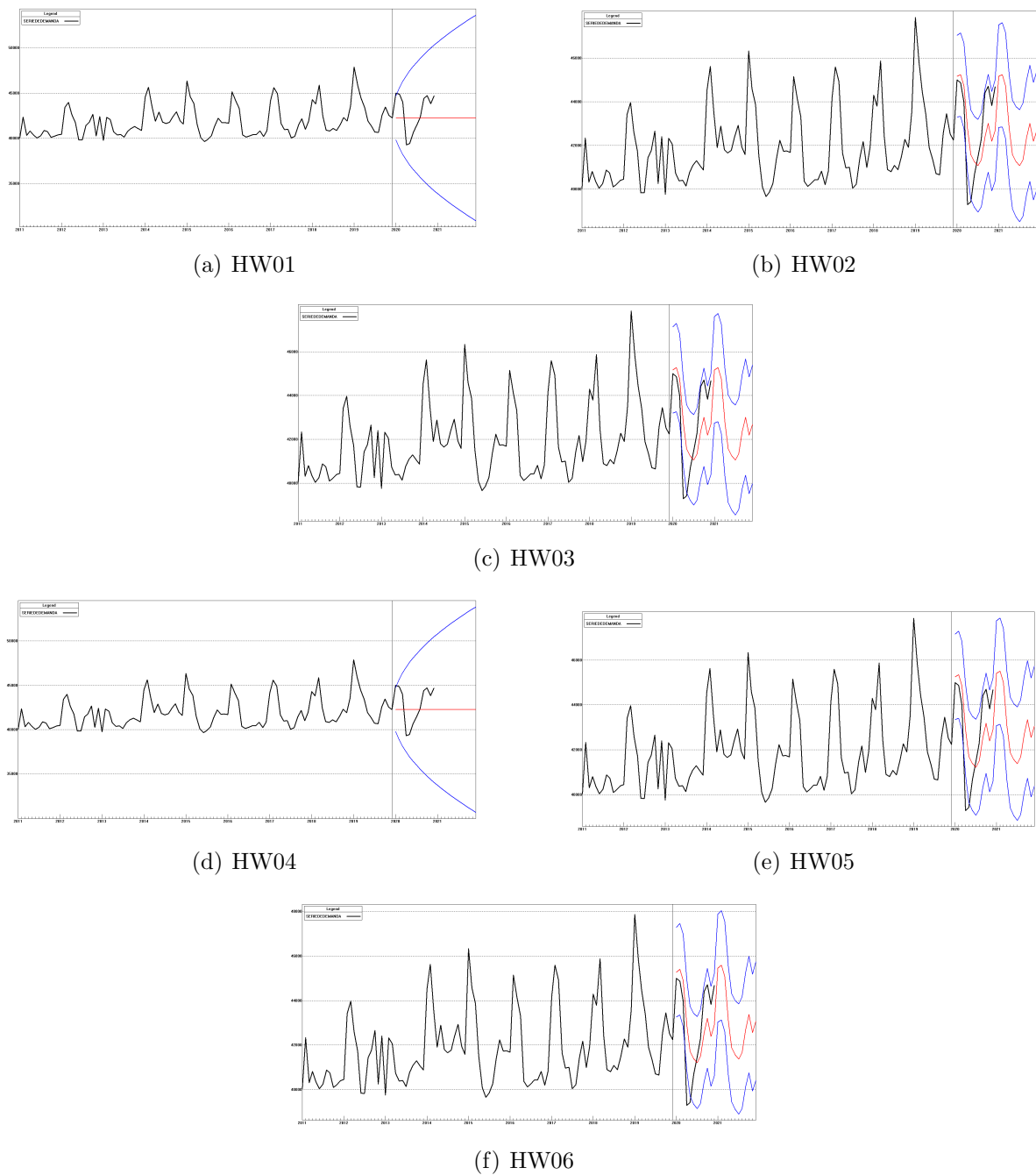


Figura 11: Ajuste e previsão dos modelos de Holt-Winters (amostra treino)

Fonte: Elaboração Própria

A Tabela 10 apresenta as estatísticas de aderência nos 12 meses selecionados como amostra teste. Por limitação do programa FPW, apenas as estatísticas MAD e MAPE são analisadas. Curiosamente, o modelo que minimiza as estatísticas na amostra teste é o modelo com tendência e sem sazonalidade.

Tabela 10: Estatísticas de aderência dos modelos de Holt-Winters (amostra teste)

Modelo Holt-Winters	MAPE	MAD
HW01	0,031	1303,209
HW02	0,031	1313,280
HW03	0,031	1318,239
HW04	0,031	1302,780
HW05	0,032	1339,429
HW06	0,032	1348,936

Fonte: Elaboração Própria

Na Tabela 11 são apresentadas as componentes sazonais do modelo escolhido como mais adequado para modelagem (com tendência e sazonalidade multiplicativa).

Tabela 11: Componentes sazonais do modelo de Holt-Winters

Janeiro	1,0568	Julho	0,9599
Fevereiro	1,0595	Agosto	0,9662
Março	1,0474	Setembro	0,9901
Abril	1,0010	Outubro	1,0054
Maio	0,9725	Novembro	0,9861
Junho	0,9645	Dezembro	0,9977

Fonte: Elaboração Própria

A Figura 12 apresenta o correlograma dos resíduos do modelo selecionado. Nota-se que os resíduos não apresentam forte correlação, indicando um comportamento de ruído branco com média zero e variância constante.

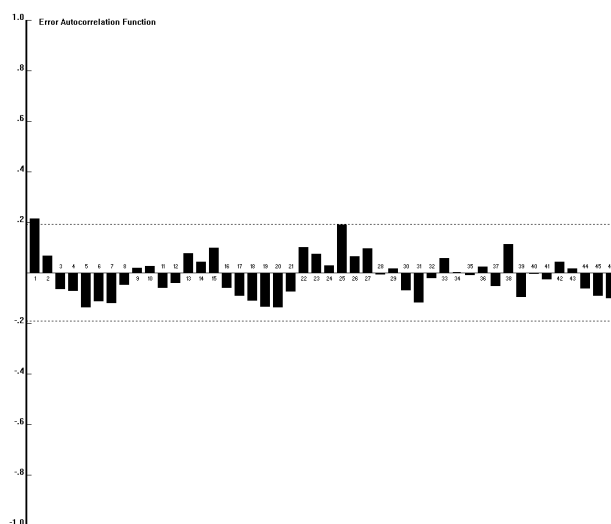


Figura 12: Correlograma dos resíduos do modelo Holt-Winters selecionado

Fonte: Elaboração Própria

A série original (linha preta) sobreposta à série ajustada pelo modelo de Holt-Winters selecionado (linha vermelha) é apresentada na Figura 13, bem como a previsão que este

modelo calculou para os anos 2020 e 2021. A linha vertical separa as amostras: do lado esquerdo, a amostra treino, onde o modelo é ajustado com valores defasados da série original; do lado direito, a amostra teste, onde o modelo é ajustado com base em valores defasados do próprio modelo e comparado a valores da série original. Através da Figura 13, pode-se dizer que o ajuste e previsão do modelo foram satisfatórios.

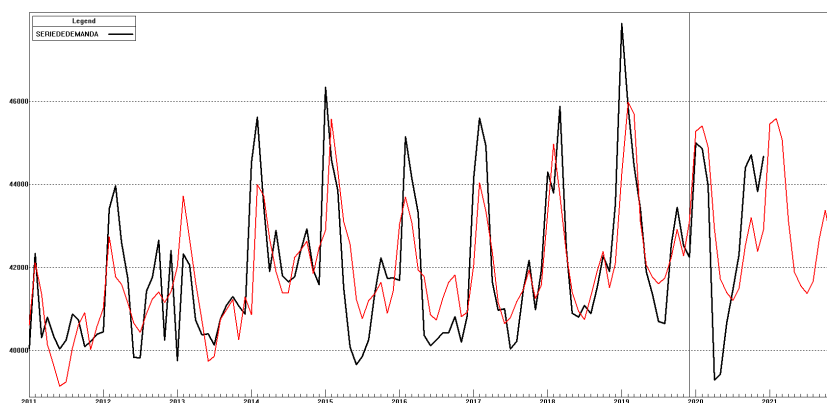


Figura 13: Série original (preto) e ajustada pelo modelo de Holt-Winters (vermelho)
Fonte: Elaboração Própria

4.2.2 Modelagem de Box & Jenkins

Para modelagem de Box & Jenkins são necessários testes considerando as condições iniciais apresentadas na Subseção 3.3.2. Retornando a Figura 3, pode ser visto que a série temporal de média mensal de demanda energética do Sudeste e Centro-Oeste aparenta ter comportamento estacionário e sazonalidade. A fim de verificar tais suposições, são feitos testes de estacionariedade e normalidade, além da análise dos correlogramas para definição dos parâmetros a serem estimados nos ajustes dos modelos.

4.2.2.1 Teste de Estacionariedade

Para verificar a condição de estacionariedade, foi utilizado o teste da raiz unitária (Subseção 3.2.1.3). Os resultados do teste de Dickey-Fuller Aumentado executado no GRETL são apresentados na Tabela 12. Com $p - valor = 0,0218$, considerando o nível de significância de 5%, a hipótese nula de que a série possui raiz unitária é rejeitada, indicando que a mesma é uma série estacionária. Portanto, não será necessário realizar diferenças a fim de tornar a série estacionária.

Tabela 12: Teste de Dickey-Fuller

Valor estimado de β_1	-0,3696
Coefficiente ρ	0,6304
Estatística do teste (τ)	-5,1092
p-valor	0,0218

Fonte: Elaboração Própria

4.2.2.2 Teste de Normalidade

Primeiramente foi realizado o teste de Shapiro-Wilk a fim de averiguar a normalidade dos dados, seguindo as hipóteses apresentadas na Subseção 3.2.2. Foi obtido $p - valor = 0,0182$, inferior a 0,05, que, considerando o nível de significância de 5%, rejeita a hipótese nula de que os dados são provenientes de uma distribuição normal. A Figura 14 apresenta o gráfico QQ-Plot da série original, onde é possível observar um afastamento dos dados da reta normal, caracterizando também uma ausência de normalidade.

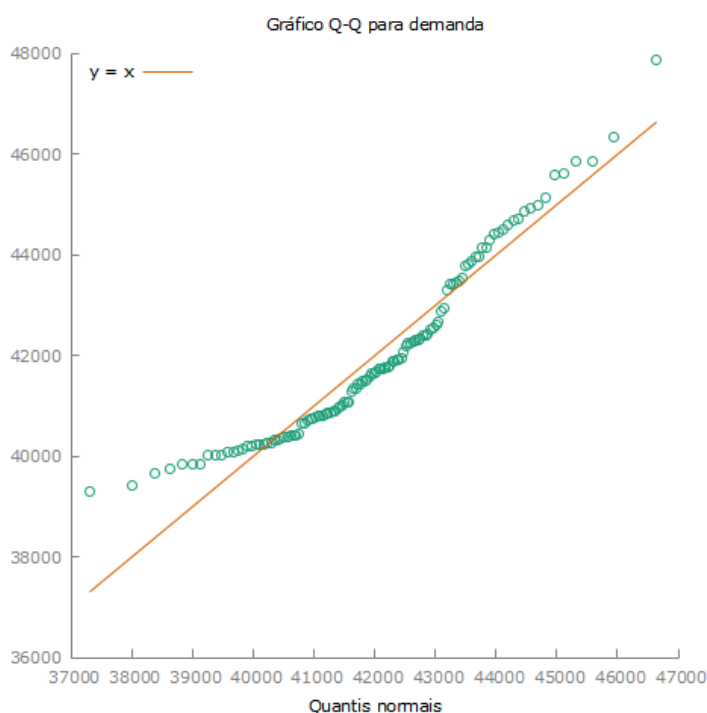


Figura 14: QQ-plot da série de demanda média mensal de energia elétrica

Fonte: Elaboração Própria

Assim, foi feita a transformação logarítmica da série, conforme mostrado na Figura 15. O teste de Dickey-Fuller foi executado nesta série transformada para verificar a estacionariedade e obteve-se $p - valor = 0,0232$, que, ao nível de significância 5%, rejeita a hipótese nula e conclui-se que a série transformada é estacionária. Desse modo, assume-se a série após transformação logarítmica para as análises adiante.

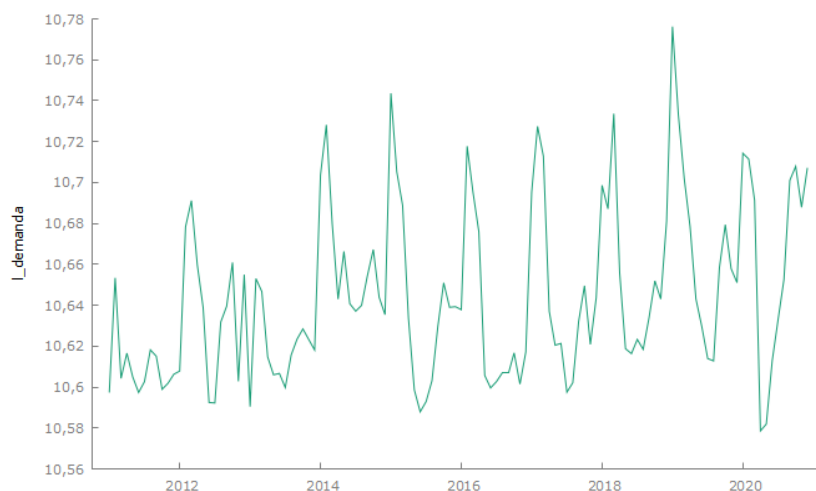


Figura 15: Gráfico da transformação logarítmica da série de demanda
Fonte: Elaboração Própria

4.2.2.3 Análise de Autocorrelação

A análise das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, descritas na Subseção 3.2.4, auxilia na definição de valores de p e q , possibilitando a identificação de possíveis modelos para melhor ajuste dos dados.

A Figura 16 apresenta os correlogramas da função de autocorrelação e autocorrelação parcial para série de demanda média mensal de energia elétrica após a transformação logarítmica. É possível identificar no gráfico da FAC que há um decaimento rápido nos lags iniciais, com significância no 1, o que leva a acreditar em um modelo de médias móveis de ordem $q = 1$ ou 2. É notada também uma interferência sazonal na série, pois existem autocorrelações fora do intervalo de confiança. Esse comportamento indica a presença de raiz sazonal no entorno das defasagens múltiplas de 12, e, portanto, há necessidade de aplicação da diferença sazonal nos dados. Observa-se na FACP um corte brusco na defasagem 1, o que, aliado ao decaimento da FAC, indica um comportamento de um modelo auto-regressivo de ordem $p = 1$. Considerando que tanto na FAC quanto na FACP há um corte brusco no lag 1, e também no lag 2 na FAC, há indícios de um modelo $ARMA(1,1)$ ou $ARMA(1,2)$.

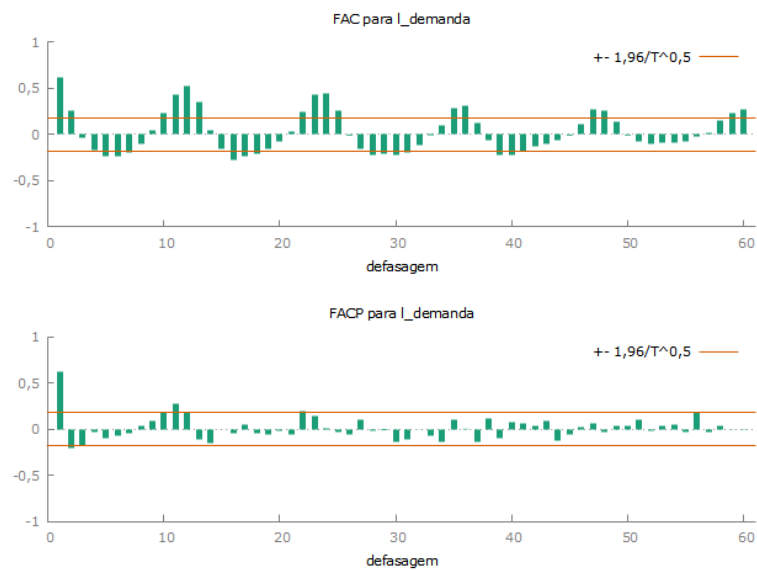


Figura 16: Correlograma da FAC e FACP da série de demanda transformada logaritmicamente

Fonte: Elaboração Própria

O correlograma com as funções de autocorrelação após diferenciação sazonal são apresentadas na Figura 17. Pode-se perceber que a FAC apresenta um corte brusco na defasagem 12, indicando que o parâmetro sazonal é $Q = 1$, referente a 1 ano. A FACP apresenta cortes nos lags 12 e 24, que representa o ano posterior, e entre eles é verificada uma autocorrelação, logo, têm-se o parâmetro sazonal $P = 1$ ou 2. Levando em conta a diferenciação $D = 1$, a partir do correlograma, a parte sazonal indica modelos do tipo $ARIMA(1, 1, 1)_{12}$ ou $ARIMA(2, 1, 1)_{12}$.

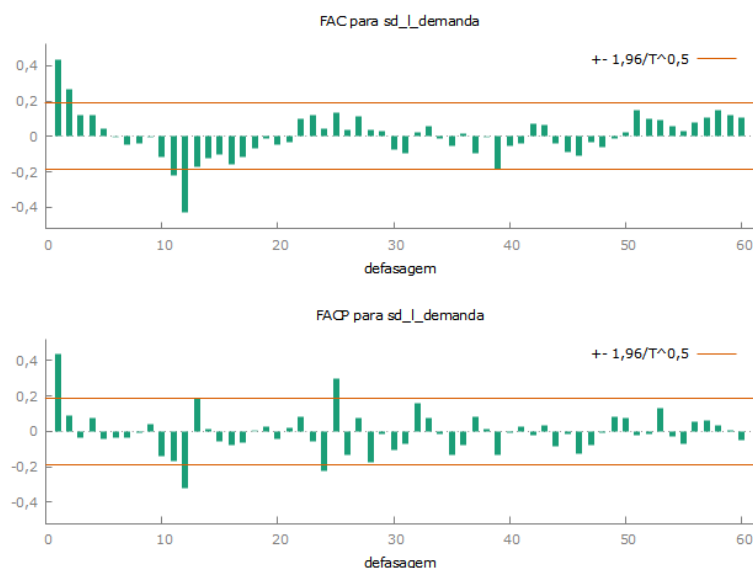


Figura 17: Correlograma da FAC e FACP da série transformada após diferença sazonal
 Fonte: Elaboração Própria

Após a diferenciação, foi verificado através do teste de Dickey-Fuller se a série diferenciada é estacionária. Obtido $p - valor = 0,0024$, conclui-se que há indícios de estacionariedade na série com uma diferença sazonal. Com isso, associado às análises dos correlogramas, são sugeridos os seguintes modelos a serem testados:

$SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	$SARIMA(2, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$
$SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	$SARIMA(2, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$
$SARIMA(1, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	$SARIMA(2, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$
$SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	$SARIMA(2, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$
$SARIMA(1, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	$SARIMA(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$
$SARIMA(1, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	$SARIMA(2, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$

As estatísticas de aderência de cada um dos modelos de Box & Jenkins citados são apresentadas na Tabela 13. Avaliando a qualidade do ajuste, nota-se que o modelo $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$ minimiza as estatísticas de aderência MAPE e MAD, podendo ser este escolhido até então como adequado para previsão. O maior coeficiente de determinação (R^2) e menor RMSE são encontrados no modelo $SARIMA(2, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$. Portanto, escolhe-se este também como candidato a melhor ajustado.

Tabela 13: Estatísticas de aderência dos modelos de Box & Jenkins (amostra original)

Modelo Box & Jenkins	MAPE	MAD	RMSE	BIC	R^2
$SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0167	716	1064	1103	0,6399
$SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0169	726,3	1054	1116	0,6462
$SARIMA(1, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0170	729,1	1053	1137	0,6471
$SARIMA(2, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0171	729,9	1053	1115	0,6470
$SARIMA(2, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0170	729,7	1053	1137	0,6473
$SARIMA(2, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0169	727	1051	1157	0,6487
$SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0159	684,2	1047	1105	0,6528
$SARIMA(1, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0163	699	1041	1122	0,6564
$SARIMA(1, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0164	704,2	1040	1144	0,6568
$SARIMA(2, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0164	703,7	1040	1121	0,6567
$SARIMA(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0165	704,8	1040	1144	0,6566
$SARIMA(2, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0164	703,3	1039	1165	0,6577

Fonte: Elaboração Própria

Para contribuir na escolha e previsão do modelo, a Tabela 14 apresenta as medidas de aderência analisando apenas a amostra treino. Assim como na amostra original, o modelo $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$ minimiza as estatísticas de aderência MAPE e MAD. Já o modelo $SARIMA(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$ apresenta maior coeficiente de determinação e minimiza a estatística RMSE.

Tabela 14: Estatísticas de aderência dos modelos de Box & Jenkins (amostra treino)

Modelo Box & Jenkins	MAPE	MAD	RMSE	BIC	R^2
$SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0159	684,8	1038	1075	0,6311
$SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0165	705,7	1021	1080	0,6436
$SARIMA(1, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0164	702,7	1022	1105	0,6426
$SARIMA(2, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0164	703,8	1021	1080	0,6435
$SARIMA(2, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0164	701,7	1019	1102	0,6449
$SARIMA(2, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,0165	706,6	1020	1126	0,6447
$SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0152	652,7	1024	1084	0,6416
$SARIMA(1, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0157	674,8	1013	1094	0,6500
$SARIMA(1, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0155	667,1	1011	1117	0,6508
$SARIMA(2, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0157	673,3	1014	1095	0,6495
$SARIMA(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0155	664,6	1010	1115	0,6517
$SARIMA(2, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,0157	675,5	1012	1141	0,6506

Fonte: Elaboração Própria

A Tabela 15 apresenta as estatísticas de aderência dos modelos na amostra teste. Assim como na amostra treino, o modelo que minimiza tais estatísticas é o $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$, o que colabora para que ele seja apontado como principal candidato a melhor modelo ajustado.

Tabela 15: Estatísticas de aderência dos modelos de Box & Jenkins (amostra teste)

Modelo Box & Jenkins	MAPE	MAD
$SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,024	1038,971
$SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,027	1136,618
$SARIMA(1, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,028	1166,408
$SARIMA(2, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,026	1080,840
$SARIMA(2, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,027	1138,221
$SARIMA(2, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	0,027	1123,702
$SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,024	1031,977
$SARIMA(1, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,026	1117,850
$SARIMA(1, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,027	1151,247
$SARIMA(2, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,025	1053,804
$SARIMA(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,027	1133,162
$SARIMA(2, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	0,026	1108,016

Fonte: Elaboração Própria

Na Tabela 16 são apresentados os parâmetros estimados que demonstraram significância e seus respectivos coeficientes estimados. Apenas o modelo $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$ não possui nenhum parâmetro com significância menor que 95%. Com isso, eliminam-se os demais por seus parâmetros terem significância menor que o nível adotado e o modelo $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$ é selecionado como melhor ajustado pelo método de Box & Jenkins.

Tabela 16: Estimativas dos parâmetros dos modelos de Box & Jenkins (amostra original)

Modelo Box & Jenkins	Parâmetros Estimados	Coefficientes	Significância
$SARIMA(1, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	$\Phi[12]$	-0,1489	0,7337
$SARIMA(1, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	$\theta[1]$	0,2309	0,8483
	$\Phi[12]$	-0,1473	0,7323
$SARIMA(1, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	$\theta[1]$	0,1889	0,6787
	$\theta[2]$	-0,0577	0,3349
	$\Phi[12]$	-0,1452	0,7257
$SARIMA(2, 0, 0) \times (1, 1, 1)_{12}$	$\phi[2]$	0,1503	0,8791
	$\Phi[12]$	-0,1456	0,7281
$SARIMA(2, 0, 1) \times (1, 1, 1)_{12}$	$\phi[1]$	0,3263	0,4100
	$\phi[2]$	0,2437	0,5234
	$\theta[1]$	-0,1700	0,2151
	$\Phi[12]$	-0,1445	0,7210
$SARIMA(2, 0, 2) \times (1, 1, 1)_{12}$	$\phi[1]$	-0,0889	0,1372
	$\phi[2]$	0,5603	0,0816
	$\theta[1]$	-0,5857	0,7300
	$\theta[2]$	0,1108	0,3451
	$\Phi[12]$	-0,1499	0,7311
$SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	-	-	-
$SARIMA(1, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	$\theta[1]$	0,1920	0,7960
$SARIMA(1, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	$\theta[1]$	0,1625	0,6454
	$\theta[2]$	-0,0487	0,2883
$SARIMA(2, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	$\phi[2]$	0,1327	0,8300
	$\phi[1]$	0,3987	0,4345
$SARIMA(2, 0, 1) \times (2, 1, 1)_{12}$	$\phi[2]$	0,2208	0,3976
	$\theta[1]$	-0,1465	0,1634
	$\phi[1]$	-0,0774	0,0735
$SARIMA(2, 0, 2) \times (2, 1, 1)_{12}$	$\phi[2]$	0,5940	0,6276
	$\theta[1]$	-0,6268	0,5381
	$\theta[2]$	0,1132	0,3134
	$\theta[2]$	0,1132	0,3134

Fonte: Elaboração Própria

Avaliando a função de autocorrelação (FAC) dos resíduos do modelo de Box & Jenkins $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$, ilustrada na Figura 18, conclui-se que os mesmos indicam um comportamento de ruído branco com média zero e variância constante por não apresentarem forte correlação.

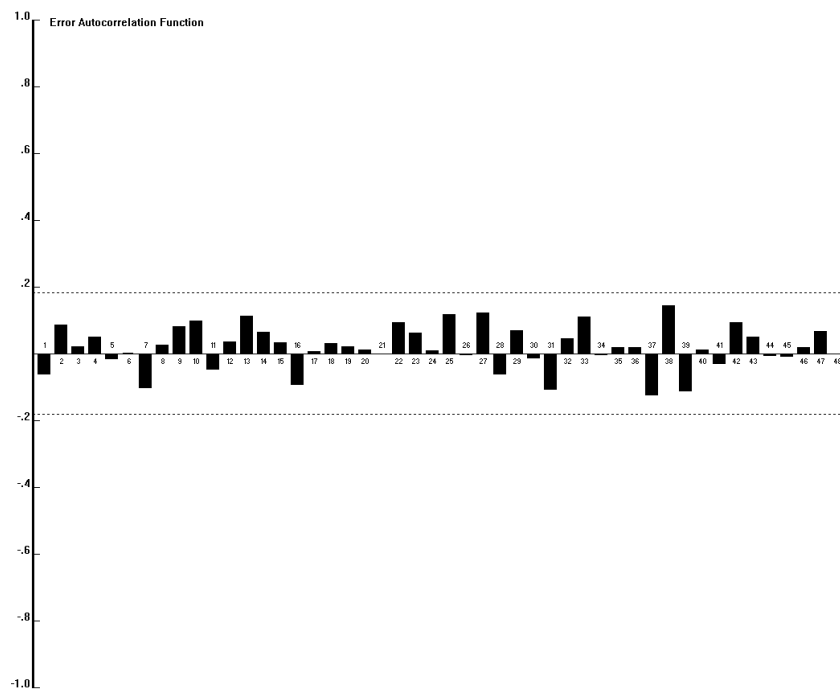


Figura 18: Correlograma da FAC dos resíduos do modelo de Box & Jenkins
 Fonte: Elaboração Própria

A série original (linha preta) sobreposta à série ajustada pelo modelo de Box Jenkins selecionado (linha vermelha) é apresentada na Figura 19, bem como a previsão que este modelo calculou para os anos 2020 e 2021. A linha vertical separa as amostras: do lado esquerdo, a amostra treino, onde o modelo é ajustado com valores defasados da série original; do lado direito, a amostra teste, onde o modelo é ajustado com base em valores defasados do próprio modelo e comparado a valores da série original. Através da Figura 19, pode-se dizer que o ajuste e previsão do modelo foram satisfatórios.

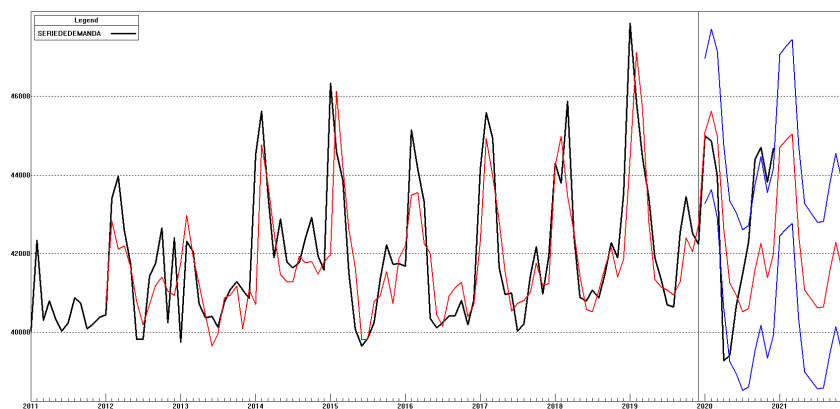


Figura 19: Série original (preto) e ajustada pelo modelo de Box Jenkins (vermelho)
 Fonte: Elaboração Própria

4.2.3 Seleção do Melhor Modelo

As estatísticas de aderência dos modelos de Holt-Winters com tendência e com sazonalidade multiplicativa e Box & Jenkins $SARIMA(1,0,0) \times (2,1,1)_{12}$ são apresentadas na Tabela 17, considerando a amostra original. Com a comparação, o modelo de Box & Jenkins destaca-se como aquele que minimiza as estatísticas de aderência e apresenta maior coeficiente de determinação.

Tabela 17: Estatísticas de aderência dos melhores modelos (amostra original)

Modelos	MAPE	MAD	RMSE	BIC	R^2
Holt-Winters	0,0203	859,4	1118	1187	0,5972
Box & Jenkins	0,0159	684,2	1047	1105	0,6528

Fonte: Elaboração Própria

Corroborando com a escolha anterior, quando analisadas as amostras treino e teste individualmente, o modelo Box & Jenkins também apresenta estatísticas de aderência menores e maior coeficiente de determinação do que o modelo de Holt-Winters, como mostrado na Tabela 18. Com isso, o modelo Box & Jenkins é apontado como melhor ajustado aos dados.

Tabela 18: Estatísticas de aderência dos melhores modelos

Modelos	Amostra	MAPE	MAD	RMSE	BIC	R^2
Holt-Winters	Treino	0,019	819,9	1084	1156	0,5910
	Teste	0,032	1348,9	-	-	-
Box & Jenkins	Treino	0,015	652,7	1024	1084	0,6416
	Teste	0,024	1032,0	-	-	-

Fonte: Elaboração Própria

Como visto anteriormente na Figura 18, a maioria dos valores da função de autocorrelação (FAC) dos resíduos do modelo de Box & Jenkins encontra-se dentro do intervalo de confiança, indicando que o modelo é adequado pois seus resíduos não são correlacionados.

A Tabela 19 apresenta os parâmetros estimados do modelo de Box & Jenkins selecionado e seus respectivos coeficientes e significâncias. Nenhum dos parâmetros apresentou significância menor que o nível de 95% adotado.

Tabela 19: Estimativas dos parâmetros do modelo Box & Jenkins (amostra original)

Modelo	Parâmetros Estimados	Coefficientes	Significância
$SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$	a[1]	0,6230	1,0000
	A[12]	-0,4153	0,9909
	A[24]	-0,3563	0,9962
	B[12]	0,3797	0,9829

Fonte: Elaboração Própria

A série original e a série ajustada pelo modelo $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$, bem como a previsão calculada com horizonte de 12 meses, estão ilustradas na Figura 20. As linhas pretas, vermelhas e azuis representam a série original, a previsão do modelo e o intervalo de confiança, respectivamente, e a linha vertical indica o limite entre as amostras treino e teste. Ao observar o gráfico, é visto que o modelo segue o comportamento da série original, indicando que o mesmo se ajustou bem aos dados.

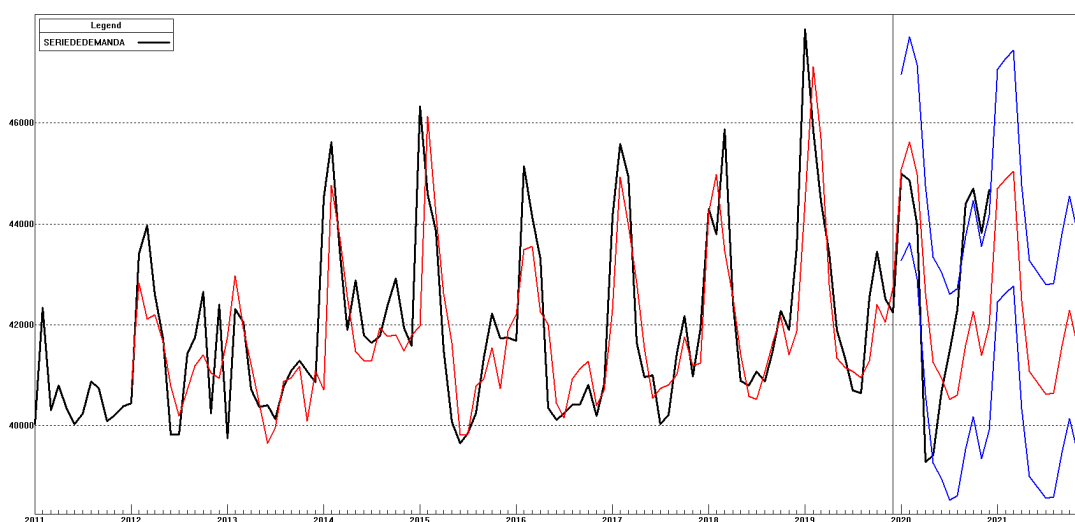


Figura 20: Série original (em preto) e previsão do modelo de Box & Jenkins (em vermelho)

Fonte: Elaboração Própria

A Tabela 20 apresenta os valores previstos pelo modelo de Box & Jenkins e os valores observados na amostra teste, com horizonte de 12 meses após a última observação da amostra. Além dos valores, também é apresentado o intervalo de confiança ao nível de 95% com base nos erros de previsão. Comparando os valores observados com os valores previstos para o mesmo período, nota-se que os valores são bem próximos, indicando um bom ajuste do modelo.

Tabela 20: Valores Previstos pelo Modelo Box & Jenkins

Mês	Valor Observado	Valor Previsto	Intervalo de Confiança
01/2020	44.994,863	44.845,359	[43.026,023; 46.741,625]
02/2020	44.867,219	45.389,715	[43.287,301; 47.594,242]
03/2020	43.973,141	44.665,840	[42.523,676; 46.915,918]
04/2020	39.286,234	42.413,266	[40.357,984; 44.573,215]
05/2020	39.417,117	41.071,215	[39.074,637; 43.169,813]
06/2020	40.659,012	40.814,289	[38.828,246; 42.901,918]
07/2020	41.482,918	40.368,402	[38.403,453; 42.433,887]
08/2020	42.303,906	40.496,902	[38.525,512; 42.569,172]
09/2020	44.403,613	41.528,879	[39.507,191; 43.654,020]
10/2020	44.706,008	42.229,367	[40.173,559; 44.390,375]
11/2020	43.822,102	41.346,461	[39.333,629; 43.462,297]
12/2020	44.677,246	41.912,922	[39.872,512; 44.057,746]
01/2021	-	44.541,355	[42.339,887; 46.857,293]
02/2021	-	44.785,805	[42.562,000; 47.125,801]
03/2021	-	45.014,180	[42.775,836; 47.369,652]
04/2021	-	42.403,453	[40.293,992; 44.623,352]
05/2021	-	41.004,922	[38.964,750; 43.151,914]
06/2021	-	40.804,543	[38.774,254; 42.941,141]
07/2021	-	40.598,051	[38.578,008; 42.723,867]
08/2021	-	40.621,133	[38.599,934; 42.748,168]
09/2021	-	41.528,781	[39.462,418; 43.703,344]
10/2021	-	42.248,184	[40.146,023; 44.460,418]
11/2021	-	41.531,688	[39.465,180; 43.706,406]
12/2021	-	42.436,484	[40.324,953; 44.658,578]

Fonte: Elaboração Própria

Capítulo 5

Conclusões

Esse trabalho teve como proposta a modelagem de uma série temporal de média mensal de demanda de energia elétrica nas regiões Sudeste e Centro-Oeste (SE/CO) do Brasil para gerar previsões com horizonte de até 1 ano. Seu objetivo geral era avaliar a capacidade preditiva de modelos de séries temporais e definir o melhor dentre eles, a fim de contribuir para o planejamento do uso da energia elétrica no subsistema.

Observou-se que o subsistema SE/CO apresenta maior demanda de energia elétrica entre os meses de janeiro e março, que compreendem o verão brasileiro. Ademais, foi observada uma tendência crescente ao longo dos anos, com exceção do ano de 2020, período de pandemia do vírus da Covid-19.

Os métodos de modelagem, de modo geral, tiveram boa performance. Foram estimados modelos de previsão de séries temporais de Holt-Winters e Box & Jenkins, e os melhores foram escolhidos a partir das menores estatísticas de aderência calculadas nas amostras treino e teste.

Após a realização do diagnóstico do modelo, concluiu-se que o modelo de Box & Jenkins $SARIMA(1, 0, 0) \times (2, 1, 1)_{12}$ é o modelo mais adequado para tal série de demanda energética das regiões Sudeste e Centro-Oeste que, por ser um modelo probabilístico, é capaz de gerar uma previsão intervalar além da previsão pontual. Através desse intervalo, é possível saber o valor máximo e mínimo que a demanda pode atingir em um determinado mês, trazendo mais informações sobre a variabilidade para auxiliar durante a tomada de decisão no planejamento de demanda.

Sendo assim, futuramente este trabalho poderá servir como apoio para outros estudos e auxílio no planejamento de demandas. É sugerida a análise das demais regiões do país

em análises futuras.

Referências

ALVES, R.; DELGADO, C. *Processos Estocásticos*. [S.l.: s.n.], 1997.

AMBRÓSIO, A. C. V. N. T. I. *Efeito da falta de normalidade em testes de homogeneidade das variâncias*. Campinas, SP: Bragantia, 1993.

BEN, E. *Balanco Energético Nacional 2021*. Brasil: Ministério de Minas e Energia (Governo Federal) e Empresa de Pesquisa Energética, 2021. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-601/topico-596/BEN2021.pdf>.

BROCK, W.; DECHERT, W.; SCHEINKMAN, J. *A test for independence based on the correlation dimension*. [S.l.]: University of Wisconsin, University of Houston and University of Chicago, 1987.

CAMPOS, R. J. *Previsão de séries temporais com aplicações a séries de consumo de energia elétrica*. Monografia (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2008.

COMÉRCIO, M. de Estado de Minas e Energia e da Indústria e do. Portaria interministerial n° 1.877. Brasil, 1985. Disponível em: http://antigo.mme.gov.br/documents/36104/1034386/Portaria_1877_1985.pdf/2ce755b0-6d55-44f8-6a98-d050e855b96e.

CORREIA, E. T. *Previsão de Demanda de Energia Elétrica usando Análise de Componentes Principais e Análise Gráfica dos Autovetores na Abordagem Singular Spectrum Analysis*. Monografia (Graduação) — Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2017.

DICKEY-FULLER. *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root*. [S.l.]: Taylor Francis, Ltd., 1979.

DONADELLO, S. C. S. *Análise Estatística de Séries Temporais em Demanda de Energia Elétrica da UTFPR Campus Curitiba*. Monografia (Graduação) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2017.

EHLERS, R. S. *Análise de séries temporais*. Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2005.

EPE. *Estudos da Demanda de Energia*. Governo Federal - Ministério de Minas e Energia, 2016. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-227/topico-458/DEA%2013-15%20Demanda%20de%20Energia%202050.pdf>.

- EPE. *Matriz Energética e Elétrica*. Ministério de Minas e Energia (Governo Federal) e Empresa de Pesquisa Energética, 2021. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>.
- HOLT, C. *Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages*. [S.l.]: Office of Naval Research Memorandum, 1957.
- IBGE. Contas regionais: 22 estados tiveram alta no pib em 2019. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/32214-contas-regionais-22-estados-tiveram-alta-no-pib-em-2019>.
- IBGE. Projeções e estimativas da população do brasil e das unidades da federação. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html>.
- LJUNG, G. E. P. B. G. M. *On a measure of lack of fit in time series models*. Inglaterra: Biometrika, 1978.
- LOPES, J. E. G. *Modelo de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de produção de energia elétrica*. Monografia (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.
- MARTINS, F. R. et al. *Atlas Brasileiro de Energia Solar*. 2. ed. São José dos Campos, SP: INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2017. Disponível em: <http://doi.org/10.34024/978851700089>.
- MME, E. *Plano Nacional de Energia 2030*. Brasil: Ministério de Minas e Energia (Governo Federal) e Empresa de Pesquisa Energética, 2007. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-165/topico-173/PNE\%202030\%20-\%20Proje\unhbox\voidb@x\setbox\z@\hbox{c}\accent24c~oes.pdf>.
- MME, E. *Plano Nacional de Energia 2050*. Brasil: Ministério de Minas e Energia (Governo Federal) e Empresa de Pesquisa Energética, 2020. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-227/topico-563/Relatorio\%20Final\%20do\%20PNE\%202050.pdf>.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. de C. *Previsão de séries temporais*. São Paulo, SP: Atual, 1985.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. de C. *Análise de Séries Temporais*. 2. ed. São Paulo, SP: Blucher, 2006.
- ONS. Operador nacional do sistema elétrico. Disponível em: http://www.ons.org.br/Paginas/resultados-da-operacao/historico-da-operacao/demanda_maxima.aspx.
- PELLEGRINE, F. R.; FOLIATTO, F. S. *Estudo comparativo entre modelos de Winters e de Box-Jenkins para a previsão de demanda sazonal*. Lajedo, RS: Revista Produto & Produção, 2000.
- PIERCE, G. E. P. B. D. A. *Distribution of residual auto-correlations in autorregressive-integrated moving average time series models*. Alexandria: Journal of the American Statistical Association, 1970.

- SAMOHYL, R. W.; ROCHA, R.; MATTOS, V. L. D. de. *Utilização do método de Holt-Winters para previsão do leite entregue às indústrias catarinenses*. Florianópolis, SC: PPGEF - UFSC, 2001.
- SHAPIRO, S.; WILK, M. B. *An analysis of variance test for normality*. Oxford University Press, Biometrika, 1965. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2333709>.
- SILVA, P. V. T. N. G. B. M. I. de S. Utilização dos modelos de séries temporais na previsão do consumo mensal de energia elétrica da região norte do Brasil. *Revista Eletrônica Matemática e Estatística em Foco*, Uberlândia, MG, 2013.
- TEAM, R. C. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2014. Disponível em: <http://www.R-project.org/>.
- WALKER, G. *On Periodicity in Series of Related Terms*. [S.l.]: Proceedings of the Royal Society of London, 1930.
- WATSON, J. D. . G. *Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression*. [S.l.]: Biometrika, 1950.
- WINTERS, P. *Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages*. [S.l.]: Management Science, 1960.
- YULE, G. U. *On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series, with Special Reference to Wolfer's Sunspot Numbers*. [S.l.]: Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1927.